Institutionen för vattenbyggnad
Chalmers Tekniska Högskola

Department of Hydraulics
Chalmers University of Technology

FLYTANDE FÖRANKRADE KONSTRUKTIONER

RÖRELSER OCH FÖRANKRINGSKRAFTER

Kompendium i
havsresursteknik för M4 och V4

av

Lars Bergdahl

Undervisningsskrift Göteborg nov. 1981

Nr 1981:09

Adress: Institutionen för vattenbyggnad
Chalmers Tekniska Högskola
412 96 Göteborg

Telefon: 031/81 01 00

INNEHÅLLSFÖRTECKNING

		Sid.
	Förord	
	Innehållsförteckning	
1	Konstruktioner i havet	1.1
2	Metoder att analysera förankringsproblem	2.1
3	Beräkningsspecifikation	3.1
4	Flödesplan för beräkningen	4.1
5	Rörelseekvationerna	5.1
6	Vågkrafter mot konstruktioner med liten utsträckning	6.1
7	Förankringssystemets ekvationer	7.1
8	Hastighetspotentialen i en våg	8.1
9	Uppställning av rörelseekvationen för en Arendal Flexrig	9.1
10	Några befintliga datorprogram av Morisontyp	10.1
	Referenser	
	Hyperboliska funktioner: Tabeller	

FÖRORD

Det föreliggande kompendiet om beräkning av förankringskrafter och rörelser hos en förankrad semisubmersible har tillkommit för att ge en teoretisk och beräkningsmässig bakgrund till laborationerna med en semisubmersible i kursen havsresursteknik för M4 och V4.

En del av stoffet i detta kompendium har tagits fram i ett STU-projekt i samarbete med VBB, SSPA och Götaverken-Arendal.

Synpunkter och förslag till ändringar tas emot med glädje.

Chalmers, november 1981

Lasse Bergdahl

1. KONSTRUKTIONER I HAVET

Behovet att kunna beräkna flytande kroppars rörelser när de utsätts för vågor, vind och ström ökar alltmer även utanför det egentliga skeppsbyggnadsområdet.

Flytande anläggningar med komplex geometri och med ansenlig storlek blir allt vanligare, t ex flytande fabriksanläggningar. Dessutom finns behov att utföra operationer till havs, där inverkan av vågrörelser är helt avgörande för ett lyckat resultat, t ex sammankoppling av två flytande enheter, rörläggning etc.

Det ökade behovet av att dimensionera anläggningar i havet har medfört att det på olika håll i världen har utvecklats datorprogram för beräkning av dynamisk respons hos flytande anläggningar. Erfarenheterna vid användandet av dessa program har visat ett behov av fortsatt programutveckling.

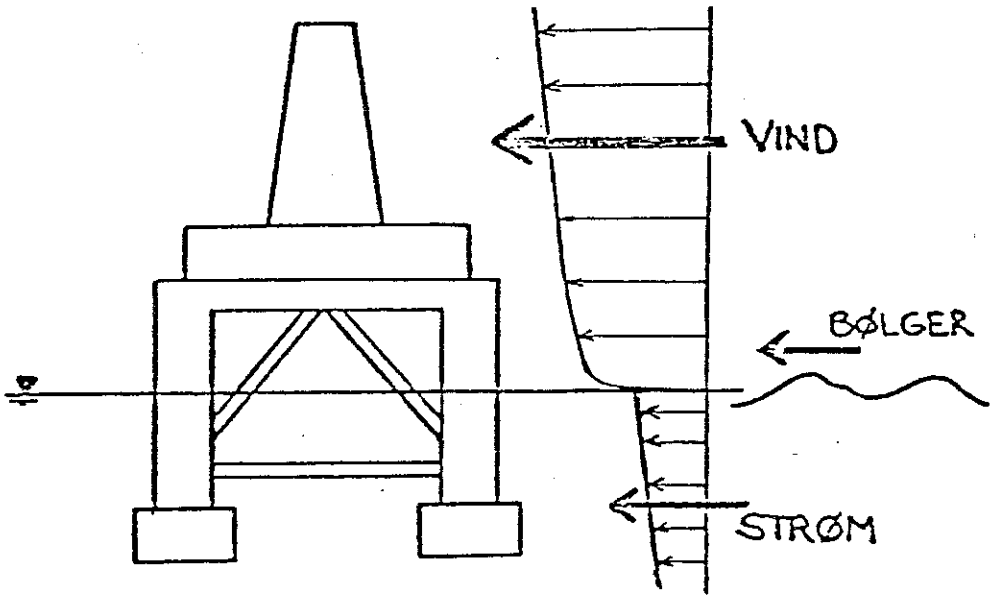
Vågkrafter - rörelser

Vågkrafterna är av samma avgörande betydelse för anläggningar med vitt skilda positioneringssystem vare sig konstruktionerna står direkt på bottnen, är förankrade eller har dynamisk positionering.

Stora konstruktioner påverkar vågmönstret genom reflexion utstrålning av vågor på grund av dess egna rörelser och genom hydrodynamisk dämpning hos t ex förankringssystemet. Beräkning av inverkan på ett vågtåg är av speciellt intresse för flytande vågskydd men även för att bedöma samspelet mellan två stora konstruktioner eller vågförhållandet för supplyfartyg intill en större anläggning.

2. METODER ATT ANALYSERA FÖRANKRINGSPROBLEM

De belastningar som verkar på en flytande konstruktion i havet härrör främst från vind , ström och vågor, vilka alla beror av konstruktionens form och storlek.



Figur 1 Belastningar på en borrigg. (Namork 1980),

Vind och strömkrafter brukar beräknas med hjälp av empiriska samband där man tar hänsyn till hastighetsprofilen och läverkan.

På grund av att konstruktionen genom reflektion förhindrar energiflödet i vågrörelsen uppstår en långsamt varierande vågdriftkraft, som beror av korttidsmedelvärdet av sjötillståndet och brukar betecknas som en andra ordningens vågeffekt. Denna vågdriftkraft baseras vanligen på modellförsök i eller beräkningar för regelbundna vågor. Resultaten för regelbundna vågor vägs därefter samman med hjälp av ett vågspektrum för att ge vågdriftkraften i oregelbunden sjö. Är ett flytande föremål mycket litet blir dess inverkan på vågrörelsen obetydlig och driftkraften försumbar.

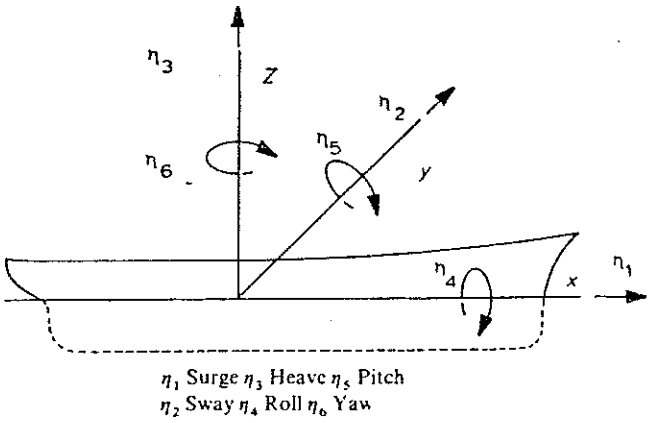
Det har varit vanligt att betrakta vind, ström och vågdriftkrafter som konstanta krafter, och det är dessa krafter på konstruktionen som ett konventionellt ankarsystem är avsett att ta upp i första hand.

Kvasistatisk analysmetod

Den väsentligaste verkan av vågorna är emellertid de oscillerande rörelser som konstruktionen erhåller på grund av de enskilda vågorna och som har visat sig vara av stor betydelse för förankringssystemet, speciellt vid vattendjup mindre än 100 m.

De frihetsgrader ("rörelser") som är intressantast vid förankringsberäkningar är surge, sway och yaw, som alla ger förskjutningar av ankarlinornas fästpunkter i horisontalled (se figur 2).

Beteckning	Svenska	Norska	Holländska	Engelska
η_1	--	jage	schrikken	surge
η_2	--	svaie	verzetten	sway
η_3	häva	hive	dompen	heave
η_4	rulla	rulle	slingeren	roll
η_5	stampa	stampe	stampen	pitch
η_6	gira	gire	gieren	yaw



Figur 2 Definition av axelsystem och benämningar på frihetsgraderna.

För att beräkna rörelserna i oregelbundna vågor är det åter nödvändigt att beräkna eller mäta kroppens rörelse i regelbundna vågor, som funktion av infallsriktning och vågfrekvens.

Med hjälp av vågspektrum är det sedan praxis att räkna ut den sannolikt största rörelse som konstruktionen kan få i de "horisontella" frihetsgraderna i ett givet sjötillstånd och under en viss tid, ofta 3 timmar. Oftast bortser man vid dessa beräkningar helt från förankringssystemets inverkan på rörelsen, vilket också i många fall är en godtagbar approximation. Jämför föreläsningen om förankringar. Denna "största" rörelse används därefter för att bestämma den "största" spänningen i ankarlinorna.

Ankarkablarna i förankringssystemet beräknas under antagandet att de i varje tidsögonblick hänger i statisk jämvikt enligt kedjelinjens ekvation. I svängningsekvationen används, om de inte försummas, tangentstyvheten till kraft-förskjutningssambandet, medan den största kraften beräknas genom att i sambandet sätta in summan av den största tillskottsförskjutningen i svängningsrörelsen och grundförskjutningen.

Den beskrivna konventionella metoden att beräkna linkraften brukar kallas kvasistatisk analys.

Varierande vågdriftkraft

De förutsättningar som ligger till grund för nuvarande metoder är bl a att vind, ström och vågdriftkrafter verkar i samma riktning och att extremvärdena kan adderas till varandra.

Man förutsätter vidare att dessa krafter är konstanta. Emellertid vet vi att de alla varierar i intensitet och riktning och också beror av varandra.

Ett sätt att beräkna responsen på den sakta varierande vågdriftkraften är att bilda ett speciellt spektrum för denna kraft och introducera denna i den beskrivna linjära analysen (se t ex Fylling 1979). Vind och ström kan också behandlas på motsvarande sätt. Om vågdriftens frekvenser ligger nära

förankringssystemets resonansfrekvens, kan dock förskjutningarna bli så stora att den beskrivna analysen blir av tvivelaktigt värde.

Eftersom en konventionellt förankrad plattform i grunden utgör ett olinjärt dynamiskt problem, där t ex ankarsystemets styvhet är en funktion av förskjutningen, borde metoder som tar hänsyn till detta utvecklas. Vid Det norske Veritas utvecklas t ex en tidsintegrationsmetod (Namork 1980).

Vid en provberäkning på en kassun med måtten 90 x 90 x 40 m förankrad med två linor erhölls 30 à 40% större krafter i ankarlinorna än vid en kvasistatisk analys. Vid beräkningen ansattes ström- och vindkrafter som konstanta. Förhöjningen av krafterna berodde dels på den saktavarierande vågdriftkraften och dels på en transient orsakad av vågtåget.

Lokaldynamik

För att kontrollera utmattning och förekomsten av extrema spänningar i ankarlinorna och deras infästningspunkter är det också av intresse att studera dessas lokala dynamik.

Rörelserna av linan vid dess anslutning (fair lead) till konstruktioner bör kunna erhållas ur analysen av konstruktionens rörelser. Svarar dessa rörelser mot frekvenser som ger transversella resonanssvängningar i linan eller om accelerationerna är så stora att slack erhålles kan uppenbarligen mycket stora dragkrafter uppstå. Specialprogram för dylika beräkningar finns.

Det norske Veritas bedömer det som osannolikt att varje förankringssystem kommer att analyseras dynamiskt i framtiden eftersom sådana analyser är kostbara i maskin- och mantid, men att framtida dynamiska analysmodeller kommer att utgöra nyttiga kalibreringsverktyg med hänsyn till de dimensioneringskriterier och säkerhetsfaktorer som skall användas i den kvasistatiska analysen (Namork, 1980).

3. BERÄKNINGSSPECIFIKATION

Ett komplett system för beräkning och dimensionering av en konstruktion i havet måste omfatta belastningsberäkningsmöjligheter, dimensioneringskriterier, speciella dimensionerande lastfall, program för att generera beräkningsgeometri, program för att lösa rörelseekvationerna och strukturdynamiken.

Den föreliggande övningsuppgiften omfattar ett förenklat program som vid givna vågor beräknar vågkrafter på och rörelser hos en semisubmersible. För att få en överblick över hela problemområdet har en "beräkningsspecifikation" ställts upp. I Tabell 1 är en innehållsförteckning till denna redovisad. Varje block som visas där återkommer sedan på de följande sidorna, försedda med kommentarer som gäller speciellt för en semisubmersible.

BELASTNINGAR

- Konstanta: Egenvikt, Förspänning
- "Specificerade": Nyttig last, Rörlig last, Krafter från fartyg
- Miljölaster: Temperaturer, Vågor: "våglaster", driftkrafter, Ström, Vind
- Reaktionskrafter: Hydrostatiskt tryck, Linkrafter, Propellerkrafter, Krafter från pumprör

DIMENSIONERINGSKRITERIER

- Tillåtna spänningar i strukturen.
- Utmattningshållfasthet
- Maximala förskjutningar, hastigheter och accelerationer.
- Minsta avstånd mellan vattenytan och däckets undersida.
- Tillåtna spänningar i ankarlinor, ankare och grund.
- Tillåtna spänningar och krökningsradie hos borr och pumprör.

MEKANISKT SYSTEM

- Fixerad stel struktur
  Kroppens rörelser och deformationer antas ej påverka kraftspelet
- Rörlig stel struktur
  Kroppens förskjutningar men ej deformationer inverkar på de dynamiska belastningarna
- Flexibel struktur
  Kroppens deformation påverkar de dynamiska belastningarna.

LASTFALL

- Stokastiska belastningar (Frekvensplanet).
  Kräver linjära beräkningssystem där responsen på olika belastningar kan adderas.
- Dimensionerande lastfall (Tidsplanet).
  (Design Wave Approach).
  Bestämda tidsserier och belastningsantaganden används och för ett begränsat antal lastkombinationer beräknas tidsförloppet hos intressanta parametrar genom tidsintegrering av ett olinjärt ekvationssystem.

GEOMETRI OCH RANDVILLKOR

- Vattendjup och bottenkonfiguration
- Strukturgeometri
- Massfördelning
- Deformationssamband för kroppens delar
- Snabbhet och maskinstyrka hos dynamiskt positioneringssystem (propellrar eller ankarspel)
- Kraft- förskjutningssamband för förankringssystemet.

Tabell 1 Beräkningsspecifikation för en offshorekonstruktion.

BERÄKNINGSSPECIFIKATION

SEMISUBMERSIBLE

BELASTNINGAR

o Konstanta:	Egenvikt Förspänning
o "Specificerade":	Nyttig last Rörlig last Krafter från fartyg
o Miljölaster:	Temperaturer Vågor: "våglaster" driftkrafter Ström Vind
o Reaktionskrafter:	Hydrostatiskt tryck Linkrafter Propellerkrafter Krafter från pumprör eller borr

Kommentarer: Interna temperatur- och förspänningslaster påverkar inte semisubmersiblens rörelser och behöver beaktas först vid beräkning av spänningar och deformationer i strukturen.

Nyttig last och rörlig last behandlas som egenvikt. Dynamiska effekter av hastiga förflyttningar av rörlig last som t.ex. tunga lyft i däckskranarna bör kanske studeras speciellt.

Krafter från fartyg kan dels vara mycket kortvariga laster vid tilläggsmanövrar, vilka endast behöver beräknas för lokala påkänningar i strukturen, dels krafter från förtöjda stora fartyg, som kanske bör kunna tas med i systemdynamiken.

Miljölasterna bör kunna verka från inbördes olika riktning och ha olika riktningsspridning i tillämpliga fall.

För dynamiska beräkningar kan sedan en linjär analys göras där spektrum för första ordningens våglaster adderas till konstanta värden på driftkraften, vindlast och strömlast. En utvidgning av denna metod kan göras genom att låta dessa tre senare krafter ha en spektralfördelning kring sina respektive tidsmedelvärden. Metoderna förutsätter en samtidig linjarisering av förankringskrafterna.

Driftkraften, vindlasten och strömlasten är dock proportionella mot korttidsmedelvärden av respektive kvadraterna på våghöjden, vindhastigheten och strömhastigheten, varför man vid en noggrann beräkning av vissa extremsituationer bör använda simulerade tidsserier av belastningarna och tidsintegrera rörelseekvationerna. I detta senare fall kan också förankringarnas olinjära fjäderkaraktäristik tas med i rörelseekvationerna.

DIMENSIONERINGSKRITERIER

- o Tillåtna spänningar i strukturen.
- o Utmattningshållfasthet
- o Maximala förskjutningar, hastigheter och accelerationer.
- o Minsta avstånd mellan vattenytan och däckets undersida.
- o Tillåtna spänningar i ankarlinor, ankare och grund.
- o Tillåtna spänningar och krökningsradie hos borr och pumprör.

Kommentarer: Dimensioneringskriterierna för förskjutningar, hastigheter, accelerationer och relativläge samt kvasistatiska spänningen i ankarsystem och borr eller pumprör bör kunna ges som villkor i det dynamiska beräkningssystemet.

Tillåtna spänningar med hänsyn till utmattningshållfasthet ingår i ett strukturberäkningsprogram.

Beräknade accelerationer, miljölaster på pelare och överbyggnad, krafter från ankarlinorna och tryckfördelning mot skrovet bör kunna automatiskt överföras till ett strukturberäkningsprogram.

Rörelserna hos förankringslinornas och borrörets ändpunkter bör kunna överföras till specialprogram för dynamiska beräkningar av dessa.

LASTFALL

- Stokastiska belastningar (Frekvensplanet).
  Kräver linjära beräkningssystem där responsen på olika belastningar kan adderas.

- Dimensionerande lastfall (Tidsplanet).
  (Design Wave Approach).
  Bestämda tidsserier och belastningsantaganden används och för ett begränsat antal lastkombinationer beräknas tidsförloppet hos intressanta parametrar genom tidsintegrering av ett olinjärt ekvationssystem.

Kommentar: Linjära ekvationssystem kan också tidsintegreras men detta är inte nödvändigt eftersom samma information i princip erhålles ur frekvensplanet.

GEOMETRI OCH RANDVILLKOR

- o Vattendjup och bottenkonfiguration
- o Strukturgeometri
- o Massfördelning
- o Deformationssamband för kroppens delar
- o Snabbhet och maskinstyrka hos dynamiskt positioneringssystem (propellrar eller ankarspel)
- o Kraft- förskjutningssamband för förankringssystemet

Kommentarer: Elementindelningen och massfördelningen i strukturen bör göras så att den kan automatiskt överföras till ett strukturberäkningsprogram.

Deformationssambanden för kroppens delar behöver normalt ej ingå i det hydrodynamiska beräkningssystemet.

Geometri och regleringsegenskaper hos det dynamiska positioneringssystemet måste väljas.

Geometri för förankringssystemet och varje lina ges som input. Programmet beräknar kraftförskjutningssambanden i sex frihetsgrader för hela systemet samt lineariserar sambanden för de fall beräkningarna skall göras i frekvensplanet. Lämpligt att begränsa sig till symmetriska förankringar?

MEKANISKT SYSTEM

- Fixerad stel struktur

  Kroppens rörelser och deformationer antas ej påverka kraftspelet

- Rörlig stel struktur

  Kroppens förskjutningar men ej deformationer inverkar på de dynamiska belastningarna

- Flexibel struktur

  Kroppens deformation påverkar de dynamiska belastningarna.

Kommentar: För en semisubmersible torde rörelseekvationerna endast behöva lösas för en rörlig stel struktur dvs utan hänsyn till eventuella deformationer.

För mycket korta vågor relativt strukturens mått eller för en mycket styvt förankrad semisub torde man kunna nöja sig med att beräkna belastningarna för en fixerad stel struktur.

Ankarkättingar, borrar och pumprör måste i specialprogram beräknas som flexibla strukturer.

BERÄKNINGSSYSTEM

Rörelseekvationer i sex fri hetsgrader ställs upp. Härvid utnyttjas symmetrivillkor så att två eller tre okopplade ekvationssystem med vardera färre frihetsgrader uppstår.

Programmet skall själv beräkna koefficienterna i rörelseekvationerna ur "bästa teori" för varje strukturdel. För element med "liten" utsträckning i rörelseriktningen används härvid Morisons formel. För större diametrar försummas släpkraft och massströghetskoefficienter beräknas ur någon 2-D-potentialteori eller anges för vanliga profiler som input. För storvolymdelar används 3-D-potentialströmningsteori.

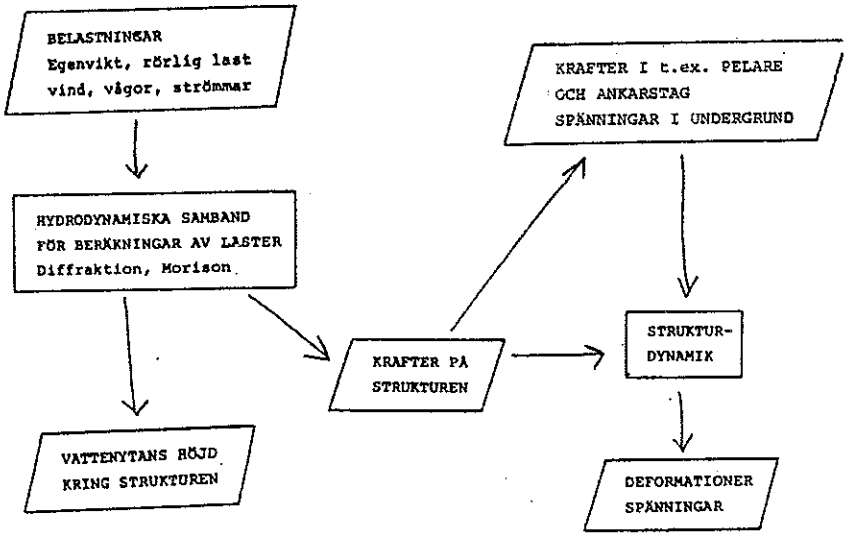
Något rationellt sätt att ta hänsyn till dämpning borde ingå i systemet, så att detta ej bleve en kalibreringsfråga för varje tillämpning.

4. FLÖDESPLAN FÖR BERÄKNINGAR

Komplexiteten av ett tänkt programsystem för beräkning av rörelserna hos en vågpåverkad konstruktion är starkt beroende av om den kan beräknas som en fixerad stel struktur, där dess rörelser inte påverkar krafterna, som en rörlig struktur, där förskjutningarna men inte deformationerna inverkar på de dynamiska belastningarna, eller som en flexibel struktur, där kroppens deformation eller rörelser mellan dess delar måste beaktas vid beräkningen av belastningarna.

I det första fallet med en stel fixerad struktur (t ex en bottenfast kassun) erhålles en enkel programstruktur där man först definierar belastningarna, sedan beräknar lasterna på strukturen och eventuellt vågmönstret runt den. De beräknade lasterna ger sedan genom jämvikt upplagsreaktionerna t ex i undergrunden. Se figur 3. De beräknade belastningarna och stödreaktionerna kan sedan appliceras på strukturen i ett program för den interna strukturdynamiken.

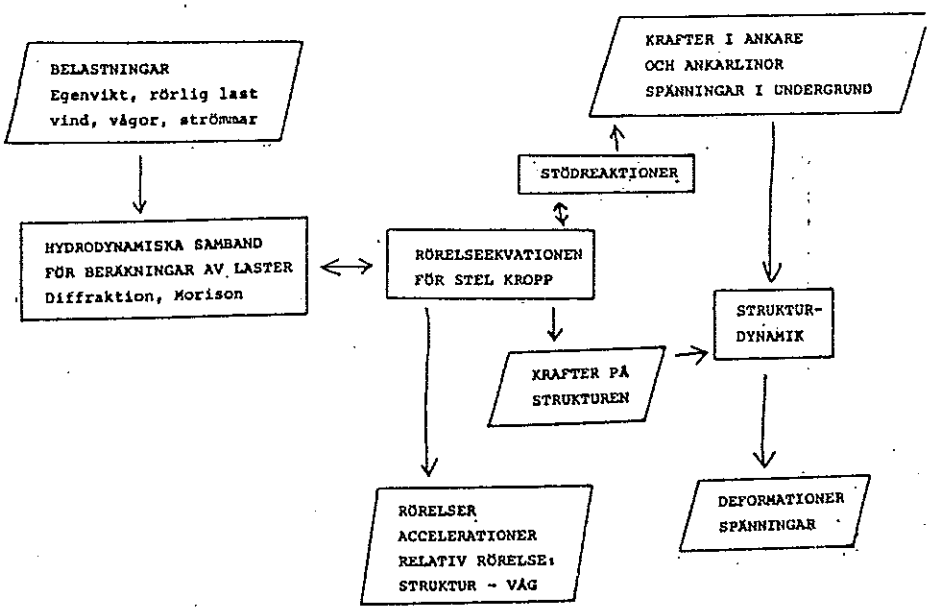
Sådana hierarkiska programsystem kan i princip tillämpas t ex på bottenfasta betongplattformar, jack-ups och fackverksplattformar.



Figur 3 Flödesschema för analys av en stel fixerad struktur.

I det andra fallet med en stel rörlig struktur måste de hydrodynamiska belastningarna på grund av kroppens rörelser och acceleration och stödreaktionerna från t ex ankarsystemet och deplacementsändringarna inkluderas i kroppens rörelseekvation så att en större del av programmet blir kopplat. Se figur 4. Den drivande kraften beräknas dock fortfarande som om strukturen inte har förskjutit sig.

Denna sofistikeringsgrad är fullt tillräcklig för större flytande konstruktioner såsom råoljetankers, semisubmersibles och fabriksprånmar.

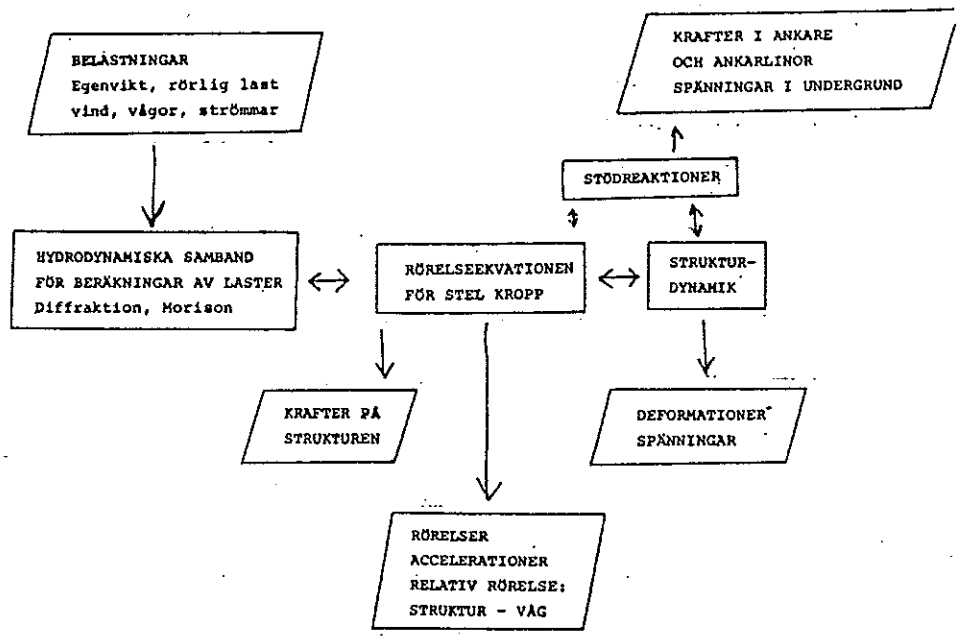


Figur 4 Flödesschema för analys av en stel rörlig struktur.

Vid beräkning av en flexibel struktur är deformationerna hos själva strukturen så stora att hänsyn till detta måste tas när man ställer upp kroppens rörelseekvationer. Se figur 5. Beräkningsarbetet blir då ytterligare komplicerat och behovet av sådana beräkningar är troligtvis begränsat vid beräkning av en större strukturs rörelser.

Vid analys av dynamiken hos en ankarkätting eller ett pumprör finns behovet, men löses då vanligtvis i ett specialprogram.

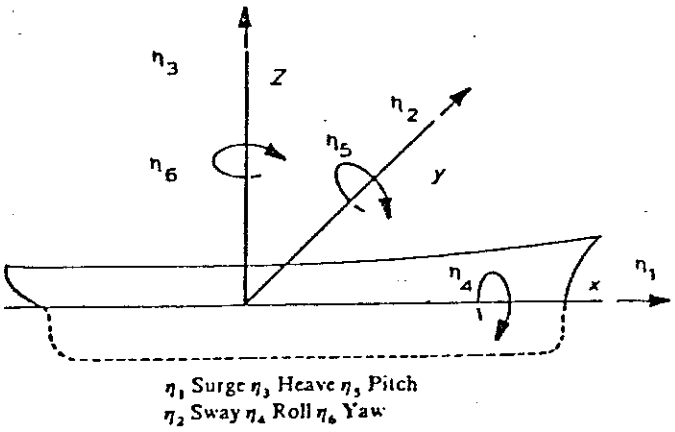
Vanligare är att ett par kroppar av ungefär samma storlek är sammankopplade med något flexibelt element och att de inbördes överförda krafterna och inverkan på vågpotentialen är så stora att ett kopplat dubbelt så stort ekvationssystem måste ställas upp. Problemet förekommer t ex om en stor råoljetanker är förtöjd till en lastningsboj eller vid vissa typer av vågenergiomvandlare.



Figur 5 Flödesschema för analys av en flexibel struktur.

5. RÖRELSEEKVATIONERNA

Rörelseekvationerna för ett flytande föremål presenteras här översiktligt för att underlätta förståelsen av följande avsnitt. För utförligare beskrivning hänvisas till Løken et Olsen (1976) eller Garrison (1974, 1975). För en förankrad kropp hänvisas till Zarnick et Casarella (1972).



Figur 6 Koordinatsystem för rörelseekvationerna.

Koordinatsystemet och förskjutningarna för ett skepp definieras normalt enligt figur 6 med z-axeln riktad vertikalt uppåt genom tyngdpunkten, x-axeln framåt i skeppets rörelseriktning och med origo i lugnvattenytan. För flytande konstruktioner med symmetri bör x-z-planet användas som symmetriplan.

Låt vidare förskjutningarna i x-, y-, z-riktningarna benämnas respektive

η_1 = surge
η_2 = sway

η_3 = heave (hävning)

och rotationerna kring respektive axel

η_4 = roll (rullning)

η_5 = pitch (stampning)

η_6 = yaw (gir)

Den generaliserade förskjutningsvektorn kan då skrivas $\eta = (\eta_1;\eta_2;\eta_3;\eta_4;\eta_5;\eta_6)$. Den drivande kraften (och momentet) kan tills vidare betecknas med vektorn $F = (F_x;\ F_y;\ F_z;\ M_x;\ M_y;\ M_z)$.

Rörelseekvationen kan nu komprimerat tecknas

$$(M + A)\ddot{\eta} + B\dot{\eta} + C\eta = F \qquad \ldots\ldots \qquad (1)$$

där M är den generaliserade massmatrisen

A matrisen för den hydrodynamiska massan

B dämpmatrisen

C styvhetsmatrisen för de återförande hydrostatiska krafterna och förankringssystemet

Om det uppankrade föremålet har lateral symmetri och dess tyngdpunkt ligger i $(0,0\ z_c)$ erhålles följande generaliserade massmatris

$$M = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 & 0 & mz_c & 0 \\ 0 & m & 0 & -mz_c & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -mz_c & 0 & I_4 & 0 & -D_{46} \\ mz_c & 0 & 0 & 0 & I_5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -D_{46} & 0 & I_6 \end{bmatrix} \qquad \ldots\ldots \qquad (2)$$

där m är skeppets massa

$I_{4,5,6}$ skeppets tröghetsmoment kring axlarna

D_{46} det enda deviationströghetsmomentet.

Om den flytande konstruktionen även har förlig-akterlig symmetri försvinner deviationströghetsmomentet i matrisen. Om dessutom origo placeras i tyngdpunkten försvinner de övriga elementen utanför diagonalen. Det är emellertid ofta bekvämast att ha origo i vattenytan.

För lateral symmetri gäller vidare att matriserna för hydrodynamisk massa och dämpning har schackbrädeskonfiguration:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & 0 & a_{13} & 0 & a_{15} & 0 \\ 0 & a_{22} & 0 & a_{24} & 0 & a_{26} \\ a_{31} & 0 & a_{33} & 0 & a_{35} & 0 \\ 0 & a_{42} & 0 & a_{44} & 0 & a_{44} \\ a_{51} & 0 & a_{53} & 0 & a_{55} & 0 \\ 0 & a_{62} & 0 & a_{64} & 0 & a_{66} \end{bmatrix} \quad \ldots\ldots \quad (3)$$

Dessa matriser är symmetriska om strukturen inte har någon fart eller är förankrad.

För ett flytande föremål med lateral symmetri utan förankring är vidare de enda elementen i styvhetsmatrisen: c_{33} för heave, c_{44} för roll, c_{55} för pitch och en koppling $c_{35}=c_{53}$ mellan heave och pitch. Om förlig-akterlig symmetri föreligger är $c_{35}=c_{53}=0$.

Om föremålet är förankrat tillkommer andra återförande element. Ett dubbelsymmetriskt linjärt elastiskt förankringssystem med linorna i vattenytans plan ger element i diagonalen för surge (c_{11}), sway (c_{22}) och yaw (c_{66}). Eventuellt kan man räkna med ett tillskott i roll också. (Zarnick et Casarella, 1972). Ett

normalt dubbelsymmetriskt förankringssystem ger fler element utanför diagonalen: $c_{15} = c_{51}$, $c_{24} = c_{42}$.

För den dubbelsymmetriskt förankrade kroppen med lateral symmetri erhålles sammanfattningsvis

$$C = \begin{bmatrix} c_{11} & 0 & 0 & 0 & c_{15} & 0 \\ 0 & c_{22} & 0 & c_{24} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c_{33} & 0 & c_{35} & 0 \\ 0 & c_{42} & 0 & c_{44} & 0 & 0 \\ c_{51} & 0 & c_{53} & 0 & c_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_{66} \end{bmatrix} \qquad \ldots\ldots \quad (4)$$

Reducering av ekvationssystemet

Matriserna M, A, B och C innehåller endast element med båda index udda eller jämna. Detta gör att man kan dela upp ekvationssystemet (1) i två oberoende ekvationssystem med vardera tre frihetsgrader. Systemen kan sedan lösas oberoende av varandra.

Udda index ger ett ekvationssystem för surge (η_1), heave (η_3) och pitch (η_5). Om man förutsätter att det förankrade föremålet är smalt och långsträckt i x-led, som ett skepp eller som skroven på en semisubmersible, kan man visa att de hydrodynamiska krafter som är associerade till surgerörelsen är mycket mindre än krafterna associerade till de andra frihetsgraderna. Då så är fallet kan man för ett fritt flytande föremål dela upp ekvationssystemet ytterligare i ett system med två ekvationer för heave (η_3) och pitch (η_5) samt en ekvation för surge. (Salvesen m.fl., 1971). I flera beräkningsmetoder gör man samma uppspaltning för förankrade kroppar utan närmare utredning. (Zarnick et Casarella, 1972). För ett föremål med även förlig-akterlig symmetri visar det sig att heave och yaw båda blir okopplade och att surge/pitch resp. sway/roll är inbördes kopplade. För approximativa beräkningar kan man tillåta sig att även här försumma kopplingen mellan surge och pitch och på detta sätt erhålla fyra okopplade ekvationer och ett system med 2 kopplade ekvationer. Problemet blir då ganska enkelt att behandla analytiskt.

För ett skepp erhålles för heave och pitch följande approximativa ekvationssystem i utskriven form

$$\left(\begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & I_5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_{33} & a_{35} \\ a_{53} & a_{55} \end{bmatrix}\right)\begin{bmatrix} \ddot{\eta}_3 \\ \ddot{\eta}_5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{33} & b_{35} \\ b_{53} & b_{55} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \dot{\eta}_3 \\ \dot{\eta}_5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c_{33} & c_{35} \\ c_{53} & c_{55} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \eta_3 \\ \eta_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_z \\ M_y \end{bmatrix} \quad \ldots\ldots (5)$$

Viskös dämpning

En förutsättning för att ekvation (5) skall gälla är att alla viskösa effekter kan försummas. Den enda dämpning som tas med är således energiförlusten på grund av bildandet av vågor vid kroppens svängningar. Detta är berättigat åtminstone för ett skepp eller kassun eftersom den viskösa dämpningen hos dessa vid vertikala rörelser är mycket liten. För en semisubmersible är antagandet mer tvivelaktigt.

För ett förankrat föremål, kan viskösa effekter vara betydelsefulla i alla de horisontella rörelserna surge (η_1), sway (η_2) och yaw (η_6). Trögheten hos ett stort förankrat föremål är i dessa frihetsgrader stor jämfört med de återförande krafter som åstadkommes av förtöjningssystemet. Därigenom tenderar systemet att få mycket låg resonansfrekvens i dessa frihetsgrader. Vid låga frekvenser går vågdämpningen mot noll och den viskösa dämpningen kommer därför att dominera. Eftersom vidare den långsamtvarierande vågdriftkraften kan uppträda vid dessa låga frekvenser är det nödvändigt att inkludera viskösa effekter i ekvationssystemet när föremål är förankrade eller förtöjda. (Zarnick et Casarella, 1972).

Med släpkraften proportionell mot hastigheten i kvadrat erhålles då för surge (η_1) den approximativa ekvationen

$$(m + a_{11})\ddot{\eta}_1 + (b_{11} + b_{11}^{*}|\dot{\eta}_1|)\,\dot{\eta}_1 + c_{11}\,\eta_1 = F_x \quad \ldots\ldots (6)$$

Kopplingstermer försummas eftersom dessa är av underordnad betydelse vid lateral symmetri.

För de resterande tre frihetsgraderna sway (η_2), roll (η_4) och yaw (η_6) erhålles för ett skepp tre kopplade ekvationer

$$\left(\begin{bmatrix} m & -mz_c & 0 \\ -mz_c & I_4 & -D_{46} \\ 0 & -D_{46} & I_6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_{22} & a_{24} & a_{26} \\ a_{42} & a_{44} & a_{46} \\ a_{62} & a_{64} & a_{66} \end{bmatrix}\right) \begin{bmatrix} \ddot{\eta}_2 \\ \ddot{\eta}_4 \\ \ddot{\eta}_6 \end{bmatrix}$$

$$+ \begin{bmatrix} b_{22}+b_{22}^{*}|\dot{\eta}_2| & b_{24} & b_{26} \\ b_{42} & b_{44}+b_{44}^{*}|\dot{\eta}_4| & b_{46} \\ b_{62} & b_{64} & b_{66}+b_{66}^{*}|\dot{\eta}_6| \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\eta}_2 \\ \dot{\eta}_4 \\ \dot{\eta}_6 \end{bmatrix}$$

$$+ \begin{bmatrix} c_{22} & c_{24} & 0 \\ c_{42} & c_{44} & 0 \\ 0 & 0 & c_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \eta_2 \\ \eta_4 \\ \eta_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_y \\ M_x \\ M_z \end{bmatrix} \qquad \ldots\ldots \quad (7)$$

Förutom i pitch och yaw har här en viskös dämpterm infogats i diagonalelementet för roll. Denna korrektion måste vara med även vid fritt flytande skepp, eftersom det har visat sig vid jämförelse mellan teori och experiment att rullningsdämpningen påverkas avsevärt av viskösa effekter, även då slingerkölar saknas. (Vugts, 1968).

Den drivande kraften

Den drivande kraften i ekvation (1) har hittills antagits inkludera alla tänkbara belastningar från vind, ström, vågor och förtöjningskrafter från andra kroppar i närheten. Vid lösningen av ekvationssystemet faller det sig naturligt att först beräkna systemet för ett tidsmedelvärde av belastningen, sedan utföra nödvändiga lineariseringar och därefter påföra den övriga lasten som en harmonisk serie. Denna del av belastningen kan för varje frekvens betecknas med vektorn

$$(F_1, F_2, F_3, F_4, F_5, F_6)^* \, e^{iwt} \qquad \ldots\ldots \quad (9)$$

där F_i är den komplexa amplituden för de harmoniska drivande krafterna och momenten. Realdelen av vektorn ger krafterna och momenten i varje tidsögonblick. w är vinkelfrekvensen med vilken vågorna träffar föremålet (encounter angular frequency).

Den harmoniska drivande kraften på grund av vågorna kan anses bestå av första ordningens vågkrafter, med samma frekvens som vågorna, av en andra ordningens vågdriftkraft som i regelbundna vågor består av dels en överton med dubbla frekvensen och dels en konstant kraft. Denna driftkraft är av en lägre storleksordning än första ordningens krafter, men den konstanta delen av driftkraften är av vital betydelse vid dimensioneringen av ett positioneringssystem.

I oregelbundna vågor ger den "konstanta" driftkraften upphov till en långsamtvarierande vågdriftkraft, som kan variera med frekvenser i närheten av förankringssystemets resonansfrekvenser i surge, sway och yaw.

Den drivande kraften, hydrodynamiska massan och dämpningen beräknas med olika för varje problem lämpliga hydrodynamiska teorier. För semisubmersiblen i datorlaborationen kommer Morisons formel att tillämpas och den gås därför igenom i kapitel 6.

Frekvensberoende

Den hydrodynamiska massan och dämpningen i matriserna A och B i rörelseekvationen (1) är frekvensberoende för en kropp i närheten av den fria vattenytan. För hastiga vibrationer får A dock samma värde som gäller vid alla frekvenser för en djupt nedsänkt kropp. De icke viskösa elementen i matrisen B blir samtidigt noll eftersom inga ytvattenvågor bildas. För vibrationsproblem kan således ekvation (1) användas med konstanta koefficienter. (Lewis, 1929, se t.ex. Korvin Kroukovsky 1961).

För flytande föremål som svänger i närheten av sina resonansfrekvenser i heave och pitch eller vid lägre frekvenser är däremot koefficienterna starkt frekvensberoende och ekvationen gäller strängt endast för harmoniska belastningar eller linjärkombinationer av dessa. Vid sådana belastningar får man i stället problem med de viskösa dämptermerna.

Linjarisering av den viskösa dämpningen

Den viskösa dämpningen $B^*_{ii} \left|\dot{\eta}_i\right| \dot{\eta}_i$ är matematiskt obekväm eftersom svängningsekvationerna genom dessa blir olinjära. Om man antar att svängningen är harmonisk blir dämpkraften i frihetsgraden i

$$B^*_{ii} \cdot \dot{\eta}^2_{max} \cdot \left|\cos wt\right| \cos wt \qquad \cdots\cdots \quad (10)$$

och approximeras detta uttryck med första termen i dess fourierserieutveckling erhålles den viskösa dämpningen till

$$B^*_{ii} \; \frac{8 \cdot \dot{\eta}_{imax}}{3\pi} \; \dot{\eta}_i \qquad \cdots\cdots \quad (11)$$

En liknande kvasilinjär term används för rullningsdämpning av t.ex. Salvesen et al., 1971 med värden på B^*_{ii} enligt Kato (1958) och Tanaka (1960). Hogben (1979) använder samma linjarisering för cirkulära cylindrar och för semisubmersibles torde tekniken kunna användas i flera frihetsgrader.

6. VÅGKRAFTER MOT KONSTRUKTIONER MED LITEN UTSTRÄCKNING ENLIGT MORISON M.FL.

6.1 Förenklad metod

Med diffraktionsteori kan man analytiskt visa att en smal vertikal cylinder inte förmår påverka formen på den infallande vågen nämnvärt. För det fallet kan man göra förenklade beräkningar av kraften mot cylindern genom att ansätta kraften som en funktion av de hastigheter, accelerationer och tryckgradienter som skulle uppträda i vätskan, om inget föremål störde strömningen. Man kan också visa (Mac Camy et Fuchs, 1954) att föremål, som har en utsträckning i planet av upp till 0.2 våglängder tvärs eller parallellt vågkammarna, kan beräknas på ett sådant förenklat sätt. Metoden ger upphov till ett uttryck för kraften som brukar kallas Morisons formel. (Morison m.fl. 1950). Nedan kommer byggstenarna i denna formel att presenteras.

Metoden har tillämpats på t.ex. vertikala pålar (Wiegel 1964), horisontella bottenförlagda rörledningar (Johansson 1965, Yamamoto och Slotta, 1974), bottenförlagda cisterner (Garrison och Snider 1970), och fackverk i borrtorn. (Oljedirektoratet 1977).

Begränsningen av storleken på föremålet till 0.2 våglängder innebär att även mycket stora konstruktioner kan beräknas på det förenklade sättet. Konstruktioner i Nordsjön skall t.ex. beräknas för en våg med våghöjden 30 m på 58-60° nordlig bredd och med en period mellan 13 och 20s. (Oljedirektoratet, 1977). Våglängden varierar således mellan 250 och 500 m, ($L_o = g \cdot T^2/2\pi$), vilket således tillåter att föremål med horisontalmått upp till 50 á 100 m kan beräknas med metoden för denna våg.

6.2 Yt- och formmotstånd

Släpkraft

En kropp som är nedsänkt i en strömmande vätska påverkas av en kraft på grund av yt- och formmotstånd. Ytmotståndet härrör från skärspänningarna i vätskan och formmotståndet beror på vätsketryckets fördelning mot kroppen. Fenomenet beskrivs utförligare av Cederwall och Larsen (1976) i hydraulikkompendiet. Den resulterande kraften parallellt med vattnets hastighet brukar benämnas

strömningsmotstånd eller <u>släpkraft</u> och tecknas

$$F_D = \frac{1}{2} C_D \rho \quad Au|u| \qquad \ldots (6.1)$$

där u är vätskans hastighet relativt kroppen, ρ densiteten och C_D släpkraftskoefficienten. (Engelska drag coefficient). Beloppstecknet har införts på grund av att kraften har samma riktning som hastigheten. A är för de exempel vi diskuterar här normalt kroppens största tvärsnittsarea vinkelrätt strömningen. För t.ex. flygplansvingar förekommer andra konventioner.

Släpkraftskoefficienten som funktion av Reynolds tal återges för några tvådimensionella profiler i figur 6.1. Det framgår tydligt av figuren att C_D varierar avsevärt med hastigheten. Detta beror på olika strömningsmönster kring profilerna vid respektive hastighet.

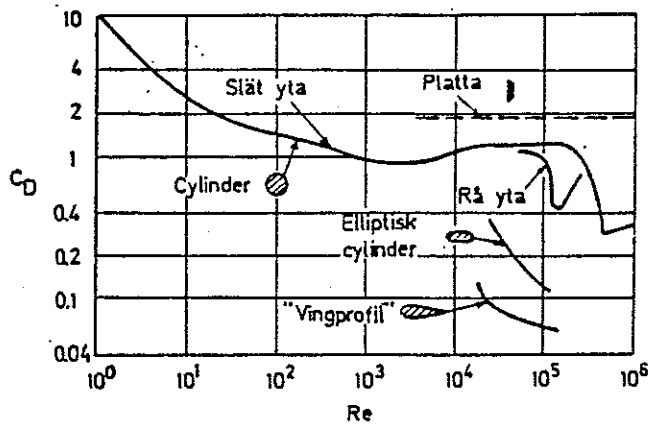


Fig. 6.1 Släpkraftskoefficienten C_D för några olika tvådimensionella profiler som funktion av Reynolds tal Re = uD/ν där D är t.ex. cylinderns diameter och ν är vätskans kinematiska viskositet. Från Cederwall och Larsen (1976).

Lyftkraft

Om strömningen kring kroppen är osymmetrisk kring rörelseriktningen eller kroppen själv är osymmetrisk kommer en lateral kraft eller <u>lyftkraft</u> att verka på kroppen. Detta är t.ex. fallet för en flygplansvinge som i sig själv är krökt. Se hydraulikkompendiet. Även en cirkulär rörledning som ligger på eller nära en plan botten kommer på grund av den osymmetriska hastighetsfördelningen att påverkas av en sådan kraft. Lyftkraften brukar tecknas

$$F_L = \frac{1}{2} C_L \rho A \; u^2 \qquad \ldots (6.2)$$

där F_L alltså verkar vinkelrätt u. För de exempel som ges i denna bok används samma area A som i ekvation (6.1). Även lyftkraftskoefficienten C_L varierar med Reynolds tal och avstånden till begränsningsytor.

Observera att virvelavlösningen kring kroppen kan ge upphov till pulserande krafter i längs- och tvärled även hos symmetriska profiler. Se hydraulikkompendiet. Enligt Oljedirektoratet (1977) skall cirkulärcylindriska element vid Reynolds tal över $3 \cdot 10^5$ (och K > 60, se avsnitt 6.8) beräknas för $C_L = 0.2$. För andra typer av tvärsnitt är värdena på C_L och C_D föga kända för pendlande strömning och det rekommenderas att man använder värden från försök i konstant strömningshastighet. Tvärkraften F_L skall antas uppstå samtidigt med maximal kraft parallellt vågutbredningsriktningen. I övrigt skall hänsyn till virvelavlösningsfrekvensen tas vid kontroll av egensvängningar.

6.3 Stillastående kropp i en accelererad vätska.

En kropp som är nedsänkt i en accelererad vätska påverkas av tryckgradienten i denna. Det är tryckgradienten som åstadkommer accelerationen i vätskan. I en vågrörelse ändras som vi visat tidigare accelerationen periodiskt i tiden.

En avgränsad del med massan m av en accelererad ideal vätska måste enligt Newtons andra lag påverkas av en total tryckkraft $F_K = m \cdot du/dt$ i x-led. En betraktelse av ett litet vätskeelement ger enligt figur 6.2

$$dF_K = \rho dx dA \frac{du}{dt} \qquad \ldots (6.3)$$

där $dF_K = (p(x) - p(x) - \frac{\partial p}{\partial x} dx) dA$. Integrering över volymen V ger ($dxdA = dV$)

$$F_K = \int \rho \frac{du}{dt} dV = \frac{du}{dt} \rho V \qquad \ldots (6.4)$$

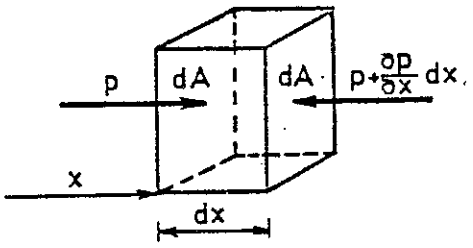


Fig. 6.2 Ett accelererat vätskeelement med volymen $dV = dx \cdot dA$.

Om vågornas amplitud är liten kan den totala hastighetsderivatan du/dt sättas lika med den partiella derivatan $\partial u/dt$ dvs de konvektiva termerna kan försummas.

$$F_K = \frac{du}{dt}\rho V = \left[\frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} + w\frac{\partial u}{\partial z}\right]\rho V \approx \frac{\partial u}{\partial t}\rho V \qquad \ldots (6.5)$$

Man brukar anta att ett föremål som sänks ned i en vätska påverkas av en kraft lika stor som den som skulle påverka den undanträngda vätskan. Detta gäller bra då kroppen har samma tyngd och hastighet som den undanträngda vätskan, och hastighetsgradienterna inom det område som upptas av kroppen inte skulle vara stora i den undanträngda vätskan. Om kroppen anses stel så har alla punkter på dess yta samma hastighet.

F_K benämnes Froude-Krylovkraften och den har samma karaktär som deplacementskraften som ju uppkommer på grund av den vertikala tryckgradienten $\partial p/\partial z = -\rho g$. Se härledningen av Archimedes princip i hydraulikkompendiet. Froude-Krylovkraften antas verka oberoende av kroppens rörelser.

Den nedsänkta kroppen skulle således, om den inte störde strömningen, påverkas av en kraft proportionell mot vätskans acceleration $\partial u/\partial t$ och kroppens deplacement ρV enligt (6.5). Det omgivande vattnet retarderas emellertid av en stillastående kropps närvaro varför en massa m_a måste läggas till ρV. Den resulterande kraften på en stillastående kropp på grund av vätskans acceleration, tröghetskraften, kan då tecknas

$$F_M = (\rho V + m_a)\frac{\partial u}{\partial t} \qquad \ldots (6.6)$$

m_a brukar benämnas added mass eller hydrodynamisk massa och summan $\rho V + m_a$ brukar benämnas virtuell massa. Ett vanligare sätt att skriva tröghetskraften är

$$F_M = (1+C_m)\,\rho V\,\partial u/\partial t = C_M\,\rho V\,\partial u/\partial t \qquad \ldots (6.7)$$

Här kallas C_m koefficienten för "added mass" och $C_M = 1 + C_m$ tröghetskoefficienten.

6.4 Vågkrafter mot en påle

När en vågrörelse påverkar en vertikal cirkulärcylindrisk påle, kommer pålen att utsättas både för tröghetskraft och släpkraft. Den totala kraften f, på en längdenhet av pålen och med diametern D, kan med (6.1) och (6.7) skrivas

$$f=f_D+f_M = \frac{1}{2} C_D\rho\ D\ u|u| + C_M\rho \frac{\pi D^2}{4} \frac{\partial u}{\partial t} \qquad \ldots (6.8)$$

Detta är Morisons formel (Morison m.fl., 1950).

Experimentellt bestämda värden på C_D och C_M uppvisar ganska stor spridning. Se t.ex. Wiegel (1964) eller Nagai (1973). För praktiska dimensioneringar av cirkulärdylindriska pålar rekommenderar Nagai

$$C_D = 1$$
$$C_M = 2$$

Det senare värdet på C_M har konfirmerats i en serie försök av Lundgren m.fl. (1979) och visats vara relativt oberoende av vågfrekvenserna för ett rör nedsänkt helt under vattenytan. För andra tvärsnitt se tabell 6.2. (sid.54).

Den horisontella hastighetskomponenten och accelerationen hos vattnet i en vågrörelse ges av vågpotentialen ekv.(8.1). Om x=0 vid pålen erhålles

$$u = -\frac{agk}{\sigma} \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh} \sin \sigma t \qquad \ldots (6.9)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -agk \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh} \cos \sigma t \qquad \ldots (6.10)$$

Vattenytans nivåändring vid pålen är då $\eta = -a \sin \sigma t$ relativt medelvattenytan. z räknas positiv uppåt från denna nivå.

Totala horisontella kraften på pålen kan nu erhållas genom integrering av ekvation (6.8) från bottnen ($z = -h$) till vattenytan ($z = \eta$). Observera dock att uttrycken för hastigheten (6.9) och accelerationen (6.10) egentligen inte gäller längre upp än medelvattenytan ($z = 0$), men man bör naturligtvis ta hänsyn till att krafter verkar på hela den del av pålen som är under vattenytan i varje ögonblick. Det finns andra mer komplicerade sätt att göra detta, men en integration till vattenytan i varje ögonblick torde ge en ganska god uppskattning. Således erhålles

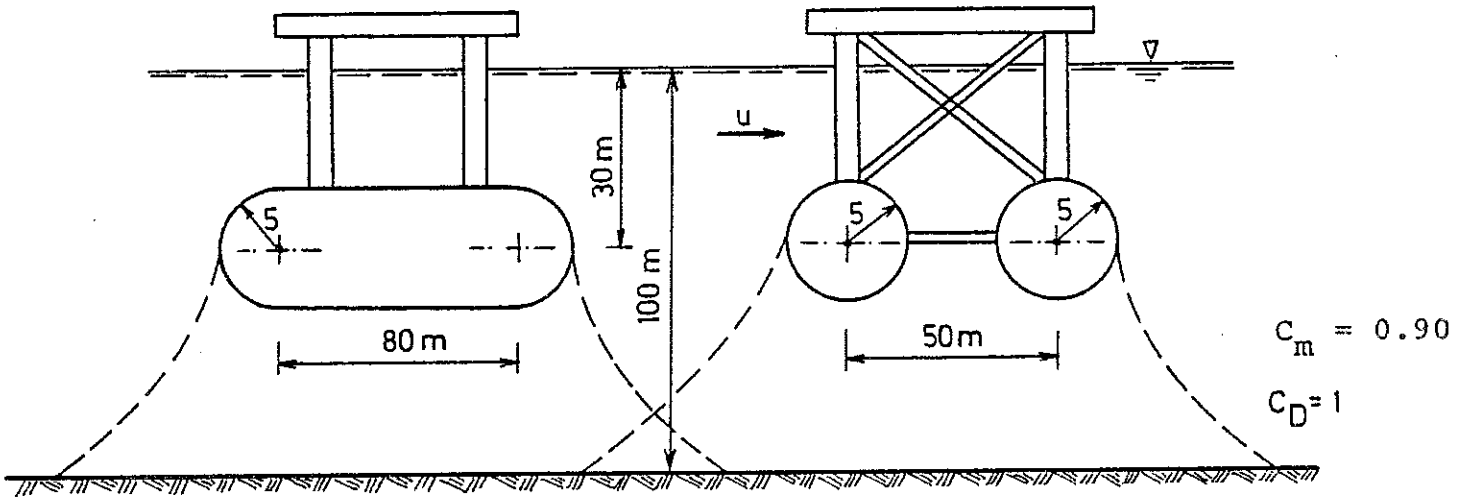
$$F = \int_h^\eta f\,dz = \int_h^\eta (f_D + f_M)\,dz \qquad \ldots (6.11)$$

Enligt Morison et al. (1950) är skillnaden mellan en integration till vattenytan och till medelvattenytan liten enligt försök om $H/h < 0.2$, jämfört med fel på grund av koefficienternas osäkerhet.

Övning 6.1

En prospekteringsrigg för oljeborrning är monterad på en så kallad semisubmersible enligt figur. Beräkna den i tiden maximala horisontalkraften på dess bärkroppar för en från sidan kommande våg. Vågens längd är 400 m, dess höjd 20 m och dess period 16 s. Vattendjupet och data för flytkropparna enligt figur. Antag att semisubmersiblen är mycket styvt uppankrad. $g = 10\ m/s^2$. Bärkropparna behandlas som en enhet vilket anses tillåtet eftersom $60\ m < 0.2\ L$

Svar: $F_{max} = 26.9$ MN



6.5 Accelererande kropp i stillastående vätska

En kropp som förs med konstant hastighet genom en stillastående vätska påverkas av en motriktad släpkraft och eventuellt en lateral kraft på liknande sätt som när vattnet strömmar med konstant hastighet kring kroppen. Om kroppen rör sig längs x-axeln med hastigheten $\dot{x}$ måste den drivas framåt med kraften

$$F_s = \frac{1}{2} C_D \rho A \dot{x}|\dot{x}| \qquad \ldots (6.12)$$

och påverkas då i sidled av kraften

$$F_L = C_L \frac{1}{2} \rho A \dot{x}^2 \qquad \ldots (6.13)$$

Samma beteckningar som tidigare.

På grund av att kroppen rör sig genom vätskan, måste den vätska som finns framför kroppen trängas undan och i stället fylla det område som kroppen lämnar bakom sig. Då kommer det i ett litet område kring kroppen att finnas rörelseenergi även hos vätskan. Områdets utbredning och hastigheternas storlek i detta förändras dock inte längs kroppens väg, bortsett från fluktuationer på grund av virvelavlösningen.

Koefficienterna C_D och C_L antas oftast ha samma storlek som för fallet när kroppen står still och vätskan rör sig. Omslagspunkterna mellan olika typer av strömningsmönster förskjuts dock något mot högre Reynolds tal eftersom en stillastående vätska har liten eller ingen egen turbulens.

Om vi nu tänker oss, att vi vill accelerera kroppen genom den stillastående vätskan, måste vi både öka kroppens egen rörelseenergi och rörelseenergin i vätskan kring kroppen. Hastigheterna kring kroppen i vätskan ökar ju, och det område som berörs av kroppens rörelse blir större. Krafttillskottet på grund av vätskans och kroppens tröghet kan skrivas

$$F_m = (m + m_a)\ddot{x} = (m + C_m \rho V)\ddot{x} \qquad \ldots (6.14)$$

där m är kroppens massa
m_a hydrodynamiska massan (added mass)
$\ddot{x}$ kroppens acceleration
V kroppens deplacement
och C_m added mass-koefficienten.

Den hydrodynamiska massan antas endast ge ett krafttillskott motriktat accelerationen. Värdet på koefficienten C_m har visat sig vara i stort sett lika som för det fall kroppen står still i en accelererad vätska. I en accelererad vätska skall dock hänsyn dessutom tas till Froude-Krylov kraften (se ekv. 6.7).

Under antagande av potentialströmning kan den hydrodynamiska massan beräknas teoretiskt. För det fall att kroppen är väl nedsänkt under vattenytan så att endast obetydlig vågbildning inträffar så är koefficienten C_m oberoende av hastigheten eller frekvensen hos kroppens svängningar. I tabell 6. ges teoretiska värden för C_m återgivna av Myers et al. (1969) eller Korvin-Kroukovsky (1961).

Den totala kraft som kroppen måste drivas framåt med under den accelererade rörelsen ges slutligen av uttrycket

$$F = F_s + F_m = \frac{1}{2} C_D \rho A \, \dot{x}|\dot{x}| + (m + C_m \rho V) \, \ddot{x} \qquad \ldots (6.15)$$

<u>Exempel 6.2</u>

Beräkna den hastighet som en badboll med diametern 0.5 m passerar vattenytan med om den släpps fri från 2 m djup och dess kompression och massa försummas. $C_m = 0.5$. Sätt $C_D = 2$. Beräkna också accelerationen i begynnelseögonblicket.

<u>Lösning</u>:

$$\rho g V = \frac{1}{2} C_D \rho \frac{\pi D^2}{4} \cdot \dot{z}^2 + C_m \cdot \rho \frac{\pi D^3}{6} \ddot{z}$$

Ledning: Sätt $p = \dot{z}$

$$\dot{p} = \frac{dp}{dz}\frac{dz}{dt} = p \frac{dp}{dz}$$

Lös sedan den erhållna differentialekvationen

$$p\dot{p} + Ap^2 + B = 0$$

<u>Svar</u>: 1.81 m/s resp. 2g

Övning 6.3

En ihålig stålsfär med diametern 1 m och vikten 300 kg drivs med hjälp av en vevstake i en sinusformad fram- och återgående rörelse. Ställ upp ett uttryck för axialkraften i vevstaken som funktion av tiden. $C_D = 0.4$ antas konstant. C_m sätts till 0.5 enligt tabell 6.2. Rörelsens period är 2π s och amplituden 1 m. Rörelsen startar i yttre ändläget. Bestäm också maximum av kraften i vevstaken.

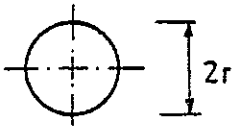
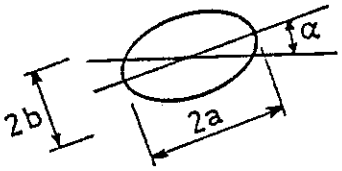
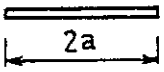
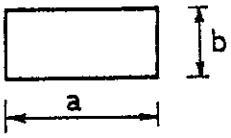
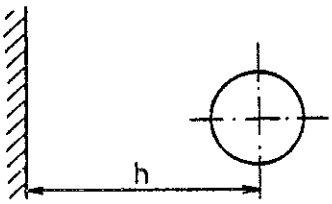
Svar:

Om rörelsen är $x = \cos t$ blir kraften

$$F = -562 \cos t + 157 \sin t \, |\sin t|$$

Nollställen endast för $t = n\pi$ ger $F_{max} = 562$ N

Tabell 6. Värden på koefficienten C_m för svängande kropp i stillastående vätska enl. Myers et al (1969) eller Korvin-Kroukovsky (1961).

Tvådimensionell kropp		C_m	rörelse	Volym (m^2)
Cirkulär stav		1	↕	πr^2
Elliptisk stav		$\frac{b}{a}\sin^2\alpha + \frac{a}{b}\cos^2\alpha$	↕	πab
Platt stav		1	↕	πa^2
Rektangulär stav		a/b / C_m 0,1 / 0,18 0,2 / 0,31 0,5 / 0,67 1 / 1,19 2 / 2,15 5 / 4,75 10 / 8,95	↕	ab
Tredimensionell kropp				
Sfär		0,5	↕	$4\pi r^3/3$
Sfär på avståndet h från en vägg		$0,5\,(1+\frac{3}{16}\frac{r^3}{h^3})$ $0,5\,(1+\frac{3}{8}\frac{r^3}{h^3})$	↕ ↔	

6.6 Morisons modifierade ekvation

Om en våg sätter en pelare eller balk i svängning så att dess accelerationer och hastigheter inte blir små i förhållande till vätskans så kan en beräkning av krafterna göras med hjälp av relativaccelerationerna och relativhastigheterna. Den upplagskraft som krävs för ett element blir

$$F = \rho V(1+C_m)\frac{du}{dt} - (m+C_m\rho V)\ddot{x}$$

$$+ \frac{1}{2} C_D \rho A (u-\dot{x})|u-\dot{x}| \qquad \ldots (6.16)$$

eller

$$F = \rho V \frac{du}{dt} - m\ddot{x} + C_m\rho V \left(\frac{du}{dt} - \ddot{x}\right) +$$

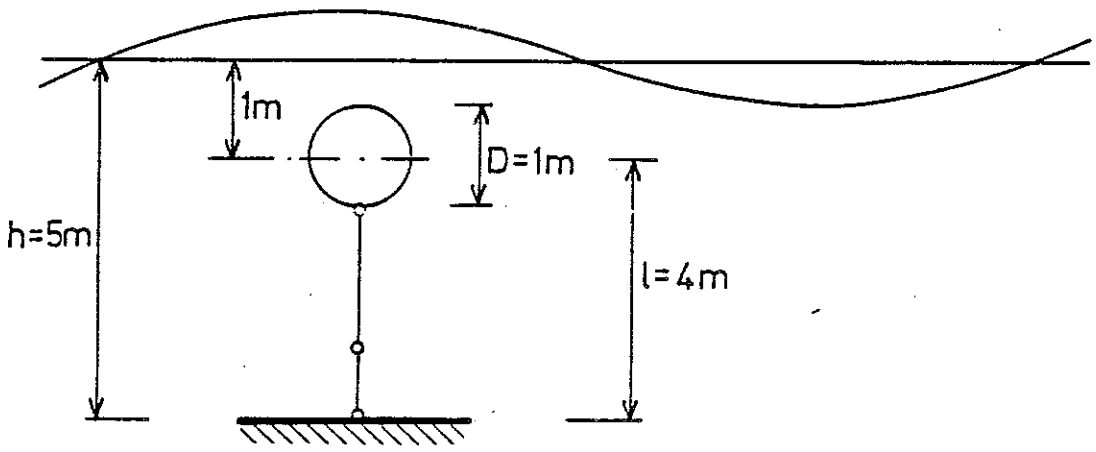
$$+ \frac{1}{2} C_D\rho A (u-\dot{x}) |u-\dot{x}| \qquad \ldots (6.17)$$

Även för detta fall bör man räkna med en lateral kraft (Oljedirektoratet, 1977)

$$F_L = \frac{1}{2} C_D \rho (u - \dot{x})^2 \qquad \ldots (6.18)$$

Exempel 6.4

En nyligen patenterad princip för vågskydd till småbåtshamnar bygger på principen att man kan få nedsänkta kroppar med liten täthet att röra sig snabbare än det omgivande vattnet och därigenom dissipera energi. Vågskyddet kan t.ex. bestå av bottenförankrade plastsfärer nedsänkta 1 m under vattenytan. Beräkna en sådan sfärs rörelser under inverkan av en våg med våghöjden 0.5 m och perioden 2 s, om $C_D = 0.6$ och $C_m = 0.5$. Vattendjup 5 m. Sfärens diameter 1 m och dess massa försummas.



Lösning: Ej fullföljd.

Övning 6.5

Bestäm på motsvarande sätt som i exempel 6.4 den horisontella rörelsen hos semisubmersiblen i övning 6.1 om rörelsemotståndet lineariseras genom att sätta $(u-\dot{x})\,|u-\dot{x}| \approx K(u-\dot{x})$ med $K = 1$ m/s, och om förankringsanordningen fungerar som en lineär fjäder i horisontalled med flexibiliteten 10^{-8} m/N. Semisubmersiblens massa är ρV. Beräkna maximal förankringskraft i förtöjningen vid fortvarighetstillstånd. (Det visar sig att termerna för rörelsemotståndet blir så små att de kan försummas vid lösningen av rörelseekvationen och vid beräkningen av max.kraft).

Lösning:

$$\ddot{x} + 1{,}7 \cdot 10^{-2}\,\dot{x} + 3{,}88\,x = -1{,}04 \cos \sigma t + 4{,}52 \cdot 10^{-2} \sin \sigma t$$

Den homogena ekvationen kan skrivas

$\ddot{x} + 2k\dot{x} + w^2 x = 0$ vilker ger den karakteristiska ekvationen

$r^2 + 2kr + w^2 = 0, \quad r = -k \pm \sqrt{k^2 - w^2}$ men $w^2 >> k^2$

varför lösningen är mycket nära

$$x_h = C \cdot e^{-0{,}85 \cdot 10^{-2}\, t} \cos(1{,}97\, t - \alpha)$$

egenfrekvensen $f = \frac{w}{2\pi} = 0{,}31$ Hz

egenperioden $T = 3{,}2$ s

α ocn C beror av begynnelsevillkoren.

Om dämpningstermen $2k\dot{x}$ och $4{,}52 \cdot 10^{-2} \sin \sigma \cdot t$ försummas erhålles partikulärlösningen

$x_p = 0{,}279 \cos 2\pi t/16$ s där 16 s är vågrörelsens period.

Eftersom 16 s >> 3,2 s föreligger ingen risk för resonanssvängning. I en regelbunden vågrörelse gäller att $x_h \longrightarrow 0$ då $t \longrightarrow \infty$ och efter ett insvängningsförlopp blir maximal amplitud hos semisubmersiblen 0,279 m och maxkraften $F_{max} = 0{,}279$ m/f = 28 MN. Jfr. 6.d)Uppankringen är således för styv för att krafterna skall reduceras nämnvärt.

6.7 Problem med Morisons formel

Diskussionen i detta avsnitt är till stor del hämtad från Hogben (1979).

Morisons formel för beräkning av strömkrafterna i en accelererad vätska mot ett föremål tecknas som vi visat

$$F = \frac{1}{2} C_D A \ \rho u|u| + C_M \ \rho V \ du/dt \qquad \ldots (6.19)$$

Släpkraftskoefficienten C_D och masskoefficienten C_M i denna ekvation är empiriska.

Alltsedan formeln först föreslogs (1950) har den använts för dimensionering av havskonstruktioner, och kravet på tillförlitliga värden på koefficienterna har stimulerat till en mängd experimentellt och teoretiskt arbete. En översikt över publicerade värden på koefficienterna ges av Hogben m.fl. (1977), vilka visar att det trots den omfattande tillämpningen fortfarande finns allvarliga osäkerheter i bestämningen av koefficientvärdena. Speciellt gäller detta för förhållanden där det är svårt att åstadkomma en dynamiskt korrekt skalning.

Grundkravet för en fysisk modell är geometrisk likformighet. För ett nedsänkt rör utsatt för en vågrörelse innebär detta t.ex. att förhållandena våghöjd/våglängd och våghöjd/rördiameter skall vara lika i modell och prototyp.

För röret gäller dessutom, för att virvelmönstret skall vara detsamma, att Reynolds tal skall vara lika i modell och prototyp. Reynolds tal ger uttryck för förhållandet mellan tröghetskrafter och viskösa krafter. För ett rör med diametern $D = 2$ m

och med den maximala horisontella vattenhastigheten i höjd med rörcentrum u_{max} = 1.96 m/s gäller vid t.ex. temperaturen +10°C (ν är vattnets kinematiska viskositet)

$$Re_p = \left(\frac{u_{max}\,D}{\nu}\right)_p = \frac{1.96\ m/s \cdot 2\ m}{1.31 \cdot 10^{-6}\ m^2/s} = 3 \cdot 10^6 \qquad \ldots (6.20)$$

För vågrörelsen gäller att Froudes tal skall vara lika i modell och verklighet. Froudes tal är ett uttryck för förhållandet mellan tröghets- och gravitationskraften i den fria vattenytan. För en geometriskt likformig vågrörelse i t.ex. längdskalan 1:10 erhålles då

$$F_m = \left(\frac{u_{max}}{\sqrt{g\,D}}\right)_m = \left(\frac{u_{max}}{\sqrt{g\,D}}\right)_p = F_p \qquad \ldots (6.21)$$

dvs $u_{max\,m} = \sqrt{\frac{D_m}{D_p}} \cdot u_{maxp} = \sqrt{\frac{1}{10}} \cdot 1.96\ m/s = 0.62\ m/s$

För modellröret erhålles då Reynolds tal vid 20°C till

$$Re_m = \frac{u_{maxm} \cdot D_m}{\nu} = \frac{0.62\ m/s \cdot 0.2\ m}{1.01\ 10^{-6}\ m^2/s} = 1.2 \cdot 10^5 \qquad \ldots (6.22)$$

Reynolds tal i prototypen är således en tiopotens större än i modellen. I fig. 6.1 kan man dock se att släpkraftskoefficienten är ganska konstant om Re > $2 \cdot 10^5$, varför man för stationär strömning med fri vattenyta kan bortse från olikheten i Reynolds tal om blott $Re_p > Re_m > 2 \cdot 10^5$. I en vågrörelse pendlar emellertid hastigheterna mellan $+u_{max}$ och $-u_{max}$ varför Reynolds tal under varje vågperiod går igenom hela skalan från 0 till Re = $u_{max} \cdot D/\nu$.

På grund av den "felaktiga" skalningen av Reynolds tal så blir inte heller den geometriska skalningen av virvelmönstret korrekt. Det visar sig således att t.o.m. modeller i så stor skala som 1:10 kan ge avsevärda fel i krafterna, varför modellförsökskoefficienterna måste tillämpas med försiktighet.

Ett annat problem är att till skillnad från i stationär strömning så kommer en del av de bildade virvlarna att återvända till cylindern efter en halv vågperiod. På grund av detta är det tveksamt om C_D-värden från stationära försök kan användas. En parameter som ger en beskrivning av dessa förhållanden är Keulegan-Carpenters tal K, vilket är förhållandet mellan orbitalbanans dia-

meter i den betraktade riktningen och kroppens mått i samma riktning. För ett rör tecknas

$$K = \frac{u_{max}\,T}{D} \qquad \ldots (6.23)$$

K blir automatiskt lika i modell och prototyp eftersom $u_{max}T$ är π gånger orbitalbanans diameter och vågrörelsen är geometriskt likformig.

En alternativ tolkning av Keulegan-Carpenters tal ger, att det är ett mått på förhållandet mellan maximal släpkraft F_{Dmax} och maximal tröghetskraft F_{Mmax}. För ett rör i en sinusformad strömning gäller ju att

$$\frac{F_{Dmax}}{F_{Mmax}} = \frac{\frac{1}{2}\,C_D\,D\,\rho\,u_{max}^2}{C_M \rho\,\pi\,\frac{D^2}{4}\,\frac{u_{max}\cdot 2\pi}{T}} = \frac{C_D}{C_M}\cdot\frac{K}{\pi^2} \qquad \ldots (6.24)$$

I området $5 < K < 25$ verkar C_D och C_M vara starkt beroende av varandra, vilket innebär, att det borde vara viktigt att specificera det associerade C_M-värdet när man rekommenderar ett C_D-värde.

Svårigheten att modellera tillräckligt höga Reynolds tal samtidigt med höga värden på Keulegan-Carpenters tal är ett verkligt stort hinder för att bestämma konventionella värden på C_D och C_M. Det finns dock ett annat grepp på problemet, vilket skall skisseras nedan.

6.8 Alternativ formulering av Morisons formel

Samspelet mellan släpkraften och tröghetskraften medför, att i det område för Keulegan-Carpenters tal där förändringen av både släpkraften och trögheten är betydande, måste man värdera C_D och C_M med hänsyn till varandra. Vanligen finner man därvid att en ökning av C_D svarar mot en minskning av C_M så att den resulterande maxkraften, som är mest intressant för dimensionering, är ganska oförändrad. Detta utgör ett tecken på att förändringarna i släp- och tröghetskraften endast innebär en fasförskjutning av den totala kraftvektorn relativt vågorna. Med hänsyn till detta skulle det vara lämpligt att omforma Morisons ekvation till ett

uttryck som ger totalamplituden av kraften mera direkt. Hogben (1979) har genomfört detta för ett rör.

Om vi antar att hastigheten i den omgivande vätskan är

$$u = a\sigma \cos \sigma t \qquad \ldots (6.25)$$

så erhålles totalkraften per längdenhet mot ett stillastående rör med diametern D till

$$f = \frac{1}{2} C_D \rho Da^2\sigma^2 \cos\sigma t|\cos\sigma t| + C_M\rho \frac{\pi}{4} D^2 a\sigma^2 \sin\sigma t \qquad \ldots (6.26)$$

Om nu släpkrafttermen lineariseras med

$$\cos\sigma t|\cos\sigma t| \approx \frac{8}{3\pi} \cos\sigma t \qquad \ldots (6.27)$$

som är den första termen i fourierutvecklingen av $\cos\sigma t|\cos\sigma t|$ så kan totalkraften skrivas

$$f = C_F \frac{1}{2} \rho Da^2 \sigma^2 \cos(\sigma t + \varphi) \qquad \ldots (6.28)$$

där C_F är en "totalkraftkoefficient".

$$C_F = \sqrt{\left(\frac{8}{3\pi} C_D\right)^2 + (\pi^2 C_M/K)^2} \qquad \ldots (6.29)$$

och φ är fasförskjutningen mellan vattenhastigheten kring och kraften på röret.

$$\varphi = \arctan\left(\frac{8K\ C_D}{3\pi^3\ C_M}\right) \qquad \ldots (6.30)$$

Ett uttryck liknande (6.42) för totalkraftskoefficienten erhålles om man tar variansen för totalkraften (Sarpkaya,1976). På detta sätt undviker man också att göra något som helst antagande om kraftens tidsförlopp.

Totalkraftens standardavvikelse s kring medelvärdet noll för ett helt antal vågperioder är definitionsmässigt

$$s = \left[\frac{1}{T} \int_0^T f^2\, dt\right]^{1/2} \qquad \ldots (6.31)$$

Med (6.39) insatt erhålles

$$s = \frac{1}{2} \rho Da^2\sigma^2 \sqrt{\frac{1}{2}\left\{\left(\frac{\sqrt{3}}{2} C_D\right)^2 + \left(\frac{\pi^2\ C_M}{K}\right)^2\right\}} \qquad \ldots (6.32)$$

Vid en jämförelse med (6.42) ser man att uttrycket under rottecknen är praktiskt taget lika så när som på faktorn (1/2) som härrör från medelvärdesbildningen. ($\sqrt{3}/2 = 0.87 \approx 8/3\pi = 0.85$).

Förutsätts att kraften har ett periodiskt förlopp enligt Morisons ekvation erhålles omvänt max kraften såsom $\sqrt{2} \cdot s$, vilket alltså är nästan lika med f_{max} enligt ekvation (6.41).

I fig. 6.7 återges ett diagram över C_F som funktion av Keulegan-Carpenters tal K och en frekvensparameter $\beta = Re/K$.

$$\beta = \frac{Re}{K} = \frac{u_{max}D}{\nu} \cdot \frac{D}{u_{max} \cdot T} = D^2/\nu T = D^2 f/\nu \qquad \ldots (6.33)$$

Detta är ett mycket effektivt sätt att plotta experimentella resultat för laster på cylindrar i oscillerande flöden. Man undgår automatiskt att dra felaktiga slutsatser beträffande konsekvenserna av förändringar i C_D och C_M. Det förtjänar dock påpekas att begreppen släpkraft och tröghetskraft fortfarande är viktiga ur t.ex. skalsynpunkt. Kraftspelet återspeglas i parametrarna K och β, eftersom K kan uppfattas som förhållandet mellan maximal släpkraft och maximal tröghetskraft.

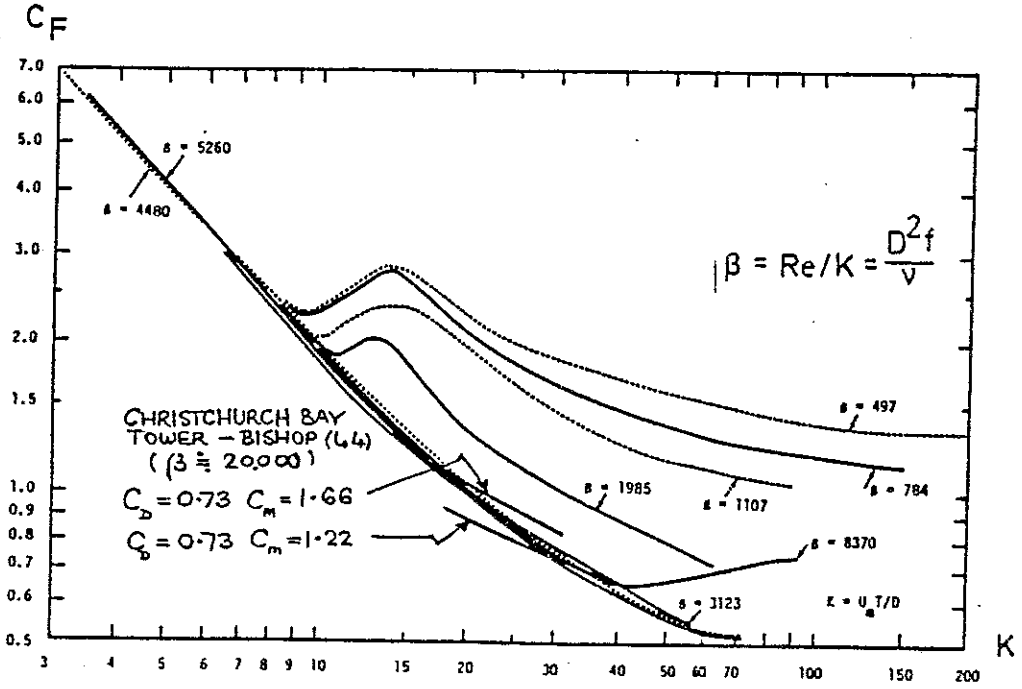


Fig. 6.7 Totalkraftskoefficienten C_F som funktion av Keulegan-Carpenters tal K och frekvensparametern β=Re/K. Experimentella värden från Sarpkaya (1976) och från ett torn i Christchurch Bay (D=2.8 m) enligt Bishop (1978) (Från Hogben 1979).

7. FÖRANKRINGSSYSTEMETS EKVATIONER

7.1 Förankringar

En flytande arbetsplattform är vanligtvis förankrad med ett kättingsystem. På djupt vatten används i stället kombinationer av kätting och vajer eller så kallad dynamisk positionering. I laborationen kommer en slak kedjeförankring enligt figur 7.1 att användas.

Egenskaperna hos denna förankring bestäms av kättingens vikt och längd. Längden skall vara så stor att en del av kättingen intill ankaret alltid ligger på bottnen och således kraften vid ankaret alltid är horisontell.

En fördel med en slakförankring är att den mjukt absorberar stora rörelser och krafter. Systemet får också ganska stor dämpning eftersom en del av energin läggs av på bottnen varje gång kättingen läggs ned på denna. Energi dissiperas också när kättingen rör sig genom vattnet och eftersom rörelserna är stora blir också denna dämpning betydande.

Nackdelar är bland annat att förankringen tar stor plats, att horisontalförskjutningarna hos plattformen kan bli stora vid stora djup och att totalvikten hos ankarsystemet och därigenom även kostnaden kan bli hög. Slitaget mot bottnen är stort speciellt när den består av berg och block.

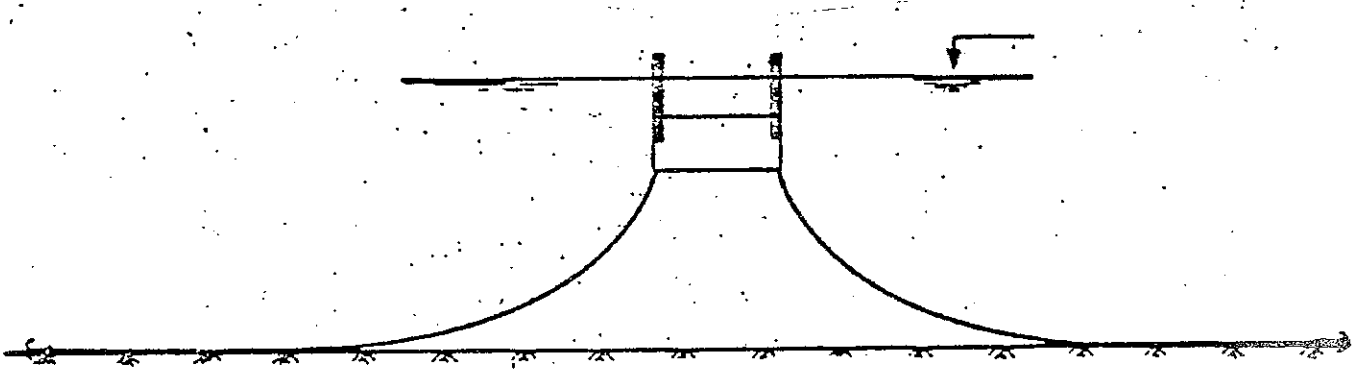


Fig. 7.1 Kättingförankring (Catenary anchoring) (Hosøy och Martinssen, 1980).

För att komma undan en del av problemen kan kättingarna sträckas så att de lyfter ända fram till ankaret (Fig. 7.2). Härvid sparas utrymme på bottnen och kättinglängd. Samtidigt blir horisontalförskjutningarna mindre.

I gengäld måste ankarna kunna ta upp vertikalt uppåtriktad belastning. Risken att extrema spänningar i linan skall uppstå ökar samtidigt om denna vid en oförutsedd belastning skulle sträckas helt. Energidissipationsförmågan torde också bli sämre.

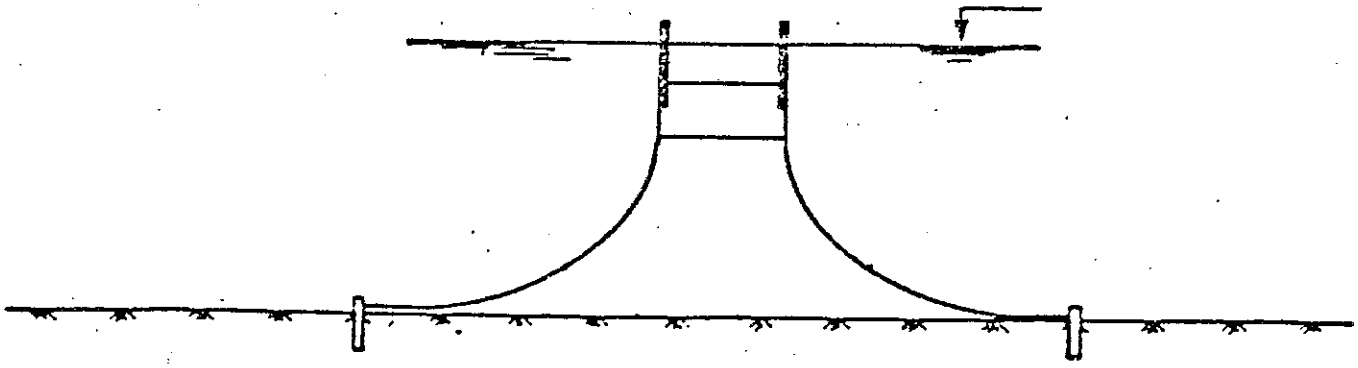


Fig. 7.2 Sträckt kedjeförankring (Taut catenary anchoring) Hosøy och Martinssen, 1980).

På mycket stora djup blir slakförankringar av kättingtyp dyra och tunga. Då kan kombinationer av vajer och kätting användas där kättingen används längst ned vid bottnen. Rent elastiska linsystem kan också användas (se fig.7.3), men ofta används dynamisk positionering om kravet på små förskjutningar är strängt.

Hos ett rent elastiskt system ökar flexibiliteten med linornas längd. Högfrekventa belastningsväxlingar ger en uppvärmning av linornas kärna på grund av friktion mellan kardelerna. I grova syntetlinor kan kärnan på grund av detta komma att smälta.

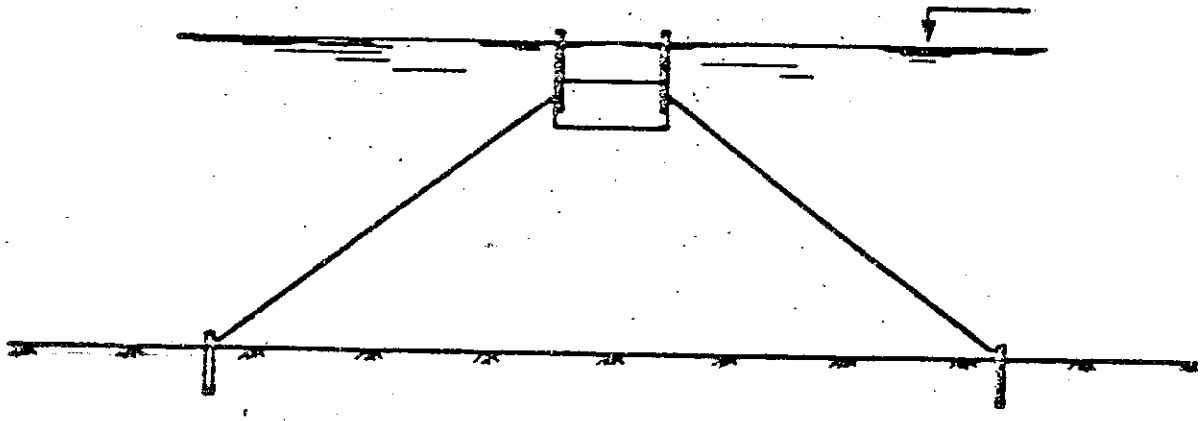


Fig. 7.3 Sträckt elastisk förankring (Taut elastic anchoring) (Hosøy och Martinssen, 1980).

I laborationen kommer slak kättingförankring enligt fig. 7.1 att användas. På figursidan 7.4 ges exempel på några typiska mönster av förankringslinor. Arendalsriggen är tänkt för ett åttalinors förankringssystem.

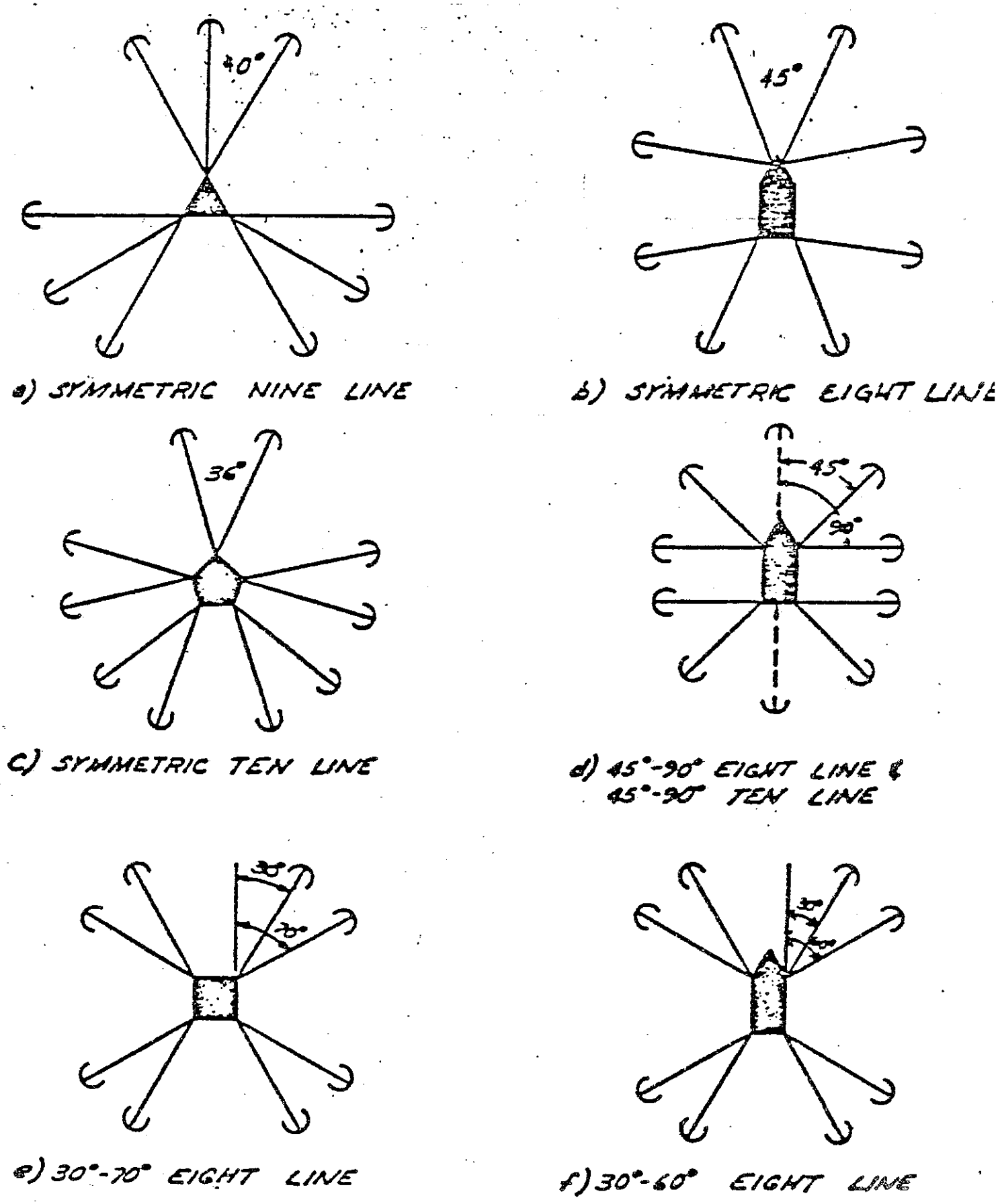


Fig. 7.4 Typical spread mooring patterns.

7.2 Ekvationer

I rörelseekvationen för den förankrade plattformen ingår den mothållande kraften från förankringssystemet. Plattformen antas vara slakförankrad, och varje ankarlina antas i varje tidsögonblick kunna beskrivas av ekvationen för en statiskt upphängd kätting. Ingen hänsyn tas således till kättingens egen dynamik. En del av kättingens massa kan dock adderas till plattformens massa.

I detta avsnitt skall ekvationen för kättingens läge; katenarian, härledas. Ur denna erhålles förskjutningar och krafter.

Kedjelinjens ekvation

Antag att en kätting tangerar bottnen i origo enligt fig. 7.5, och att dragkraften i linan är T på nivån z över bottnen.

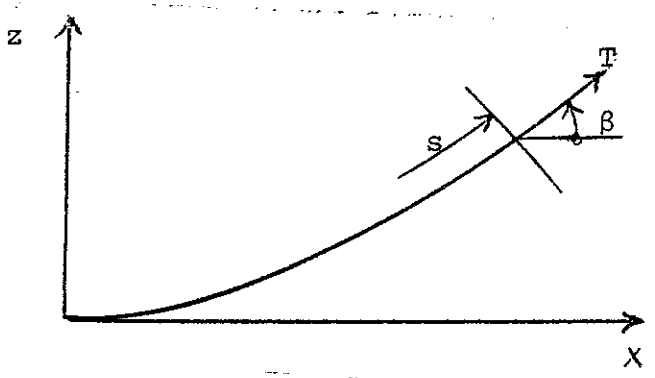


Fig. 7.5 Definition av koordinaten för en ankarkätting

Antag vidare att kättingens tyngd per längdenhet är q och att båglängden från origo räknat är s. Vertikal jämvikt ger då att vertikalkraften V eller dragspänningens vertikalkomposant måste vara lika med tyngden av den lyfta delen av kättingen

$$V = q \cdot s = T \sin \beta \qquad \ldots(7.1)$$

Horisontalkomposanten H är konstant om inga yttre horisontella laster verkar på kättingen

$$H = T \cos \beta \qquad \ldots(7.2)$$

vilket tillsammans ger

$$\tan \beta = qs/H = dz/dx \qquad \ldots(7.3)$$

Längden av ett bågelement ds ges ur geometrin av uttrycket

$$ds^2 = dx^2 + dz^2 \qquad \ldots(7.4)$$

vilket ger följande två uttryck

$$\frac{ds}{dx} = \sqrt{1 + \left(\frac{dz}{dx}\right)^2} \qquad \ldots(7.5)$$

och

$$\frac{ds}{dz} = \sqrt{1 + \left(\frac{dx}{dz}\right)^2} \qquad \ldots(7.6)$$

Insättning av dz/dx enligt (7.3) ger

$$dx = \frac{ds}{\sqrt{1 + (qs/H)^2}} \qquad \ldots(7.7)$$

respektive

$$dz = \frac{sds}{\sqrt{s^2 + (H/q)^2}} \qquad \ldots(7.8)$$

Integration till en godtycklig punkt på kättingen s(x,z) från origo s(0,0) = 0 ger

$$x = (H/q)\{\ln(s+\sqrt{s^2+(H/q)^2} - \ln(H/q)\} = \qquad \ldots(7.9)$$

$$= (H/q)\ \mathrm{arcsinh}(qs/H)$$

respektive

$$s^2 = z(z + 2H/q) \qquad \ldots(7.10)$$

vilka tillsammans ger

$$x = (H/q)\ \mathrm{arcsinh}\ \left(\frac{q}{H}\sqrt{z^2 + 2Hz/q}\ \right) \qquad \ldots(7.11)$$

Denna kan omformas till

$$x = H/q\ \ \mathrm{arccosh}\ \left(\frac{qz}{H} + 1\right) \qquad \ldots(7.12)$$

vilken slutligen ger kedjelinjens ekvation

$$z = \frac{H}{q}\ \{\cosh\ \left(\frac{xq}{H}\right) -1\} \qquad \ldots(7.13)$$

Båglängden från origo kan lösas ur (7.9)

$$s = \frac{H}{q} \sinh \left(\frac{qx}{H}\right) \qquad \ldots(7.14)$$

Ur hållfasthetssynpunkt måste man kunna beräkna kraften i kättingen. Enligt (7.1) med (7.8) och (7.14) insatta erhålles

$$T = qs \cdot ds/dz = H\sqrt{(qs/H)^2+1} = H\sqrt{\sinh^2\left(\frac{qx}{H}\right)+1} \qquad \ldots(7.15)$$

Utnyttjas sambandet (7.10) erhålles slutligen

$$T = H + qz \qquad \ldots(7.16)$$

Till hjälp för överslagsberäkningar har z, s och T ritats upp i diagram nedan i dimensionslös form som funktioner av den dimensionslösa horisontalkoordinaten $\xi = qx/H$.

$$\frac{zq}{H} = (\cosh \xi) - 1 \qquad \ldots(7.17)$$

$$\frac{sq}{H} = \frac{V}{H} = \sinh \xi \qquad \ldots(7.18)$$

och

$$\frac{T}{H} = \cosh \xi \qquad \ldots(7.19)$$

Tabeller över de hyperboliska funktionerna ges i bilaga.

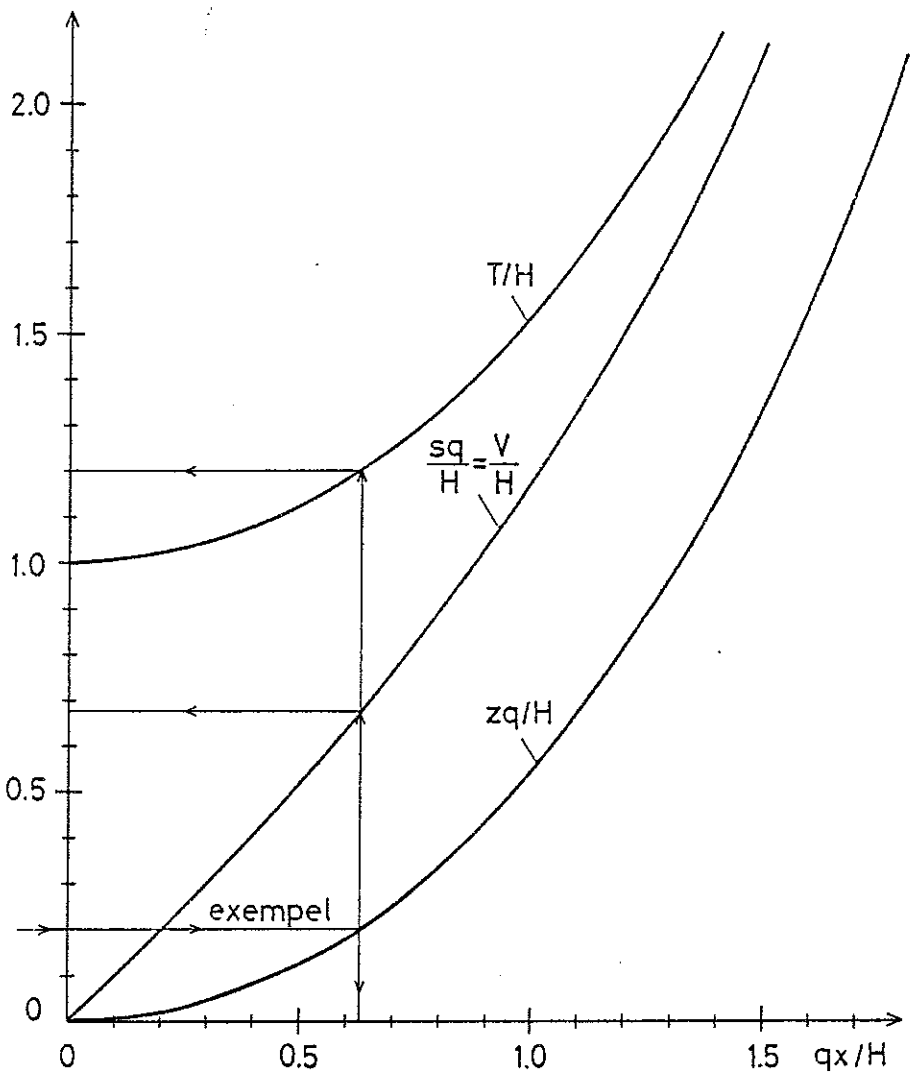


Fig. 7.6 Dimensionslös framställning av en ankarkättings kurvform (s och z), dragkraft (T) och vertikalkraft (V) som funktion av horisontalavståndet (x) från tangeringspunkten.
H = horisontalkraft q = tyngd per längdenhet

Med hjälp av diagrammet kan t.ex. följande problem lösas: Antag att man vill fästa in en lina i ett plattformshörn vid vattenlinjen och därvid erhålla den horisontella förspänningskraften 250 kN. Bestäm minsta längd på linan och avståndet till dess tangeringspunkt med bottnen. Vattendjupet är 50 m och lintyngden 1 kN/m i vatten.

Beräkna $qz/H = 10^3 N \cdot 50/250 \cdot 10^3 N = 0.20$

Läs av $xq/H = 0.63 \Rightarrow x = 158$ m

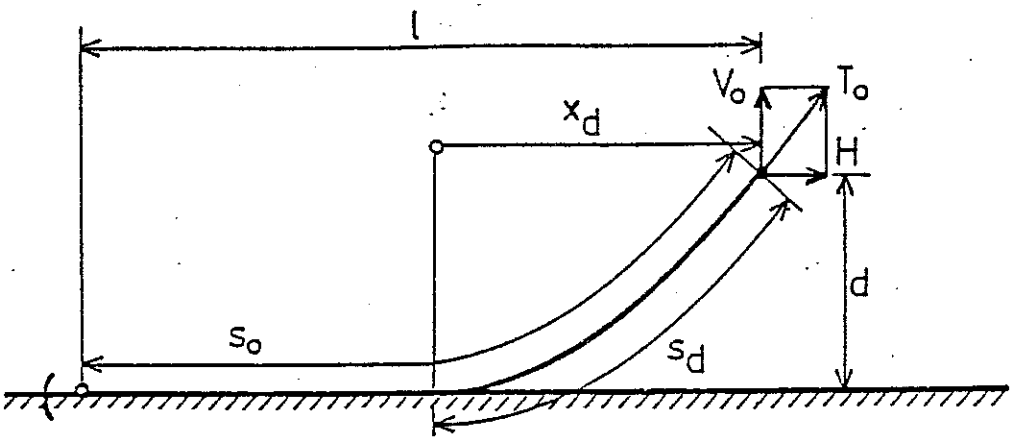
$$\frac{sq}{H} = \frac{V}{H} = 0.67 \Rightarrow s = 168 \text{ m}; \; V = 168 \text{ kN}$$

$$\frac{T}{H} = 1.20 \Rightarrow T = 300 \text{ kN}$$

Svar: Avståndet till tangeringspunkten är c:a 160 m. Linan måste vara minst 170 m och spänningen i den blir 300 kN.

Slakförankring

I härledningen ovan har förutsatts att ankarkättingen tangerar bottnen vid origo (x=0). Vanligtvis känner man inte läget av tangeringspunkten. Kättingens längd, s_o, och det horisontella avståndet, l, mellan ankare och infästningspunkt i plattformen borde dock i allmänhet kunna anges.



Figur 7.7 Definition av storheter för slakförankring.

Ur geometrin i fig. 7.7 samt ekvationerna (7.12) och (7.14) med z = d = vattendjupet erhålles

$$l = x_d + s_o - s_d =$$

$$= s_o + \frac{H}{q} \operatorname{arccosh} \left(\frac{qd}{H}+1\right) - \sqrt{d^2 + 2Hd/q} =$$

$$= s_o + \frac{H}{q} \left[\ln\left\{\frac{qd}{H}+1+\sqrt{\left(\frac{qd}{H}\right)^2 + 2\frac{qd}{H}}\right\} - \sqrt{\left(\frac{qd}{H}\right)^2 + 2\frac{qd}{H}} \right] \quad ..(7.20)$$

Derivatan dl/dH av ovanstående ekvation ger flexibiliteten för en kraftändring vid fästpunkten $s(x_d,d)$. Krafterna i fästpunkten erhålles ur tidigare formler med z = d insatt.

Ekvationen 7.20 används av Zarnick och Casarella (1972) under förutsättning att vertikallasterna tas upp av ankarbojar och att horisontella linor går från dessa till det förankrade föremålet.

I övningsuppgiften kommer vi att förutsätta att vertikalkrafterna från ankarlinorna är små i roll pitch och heave jämfört med de drivande krafterna i dessa frihetsgrader.

Sträckt ankarkabel

Om horisontalkraften är så stor att kättingen lyfter vid ankaret kan inte de redovisade ekvationerna användas direkt. Koordinaterna x, s och z måste i detta fall räknas från en fiktiv tangeringspunkt som ligger någonstans under bottnen och således inte är känd från början. Se fig. 7.8

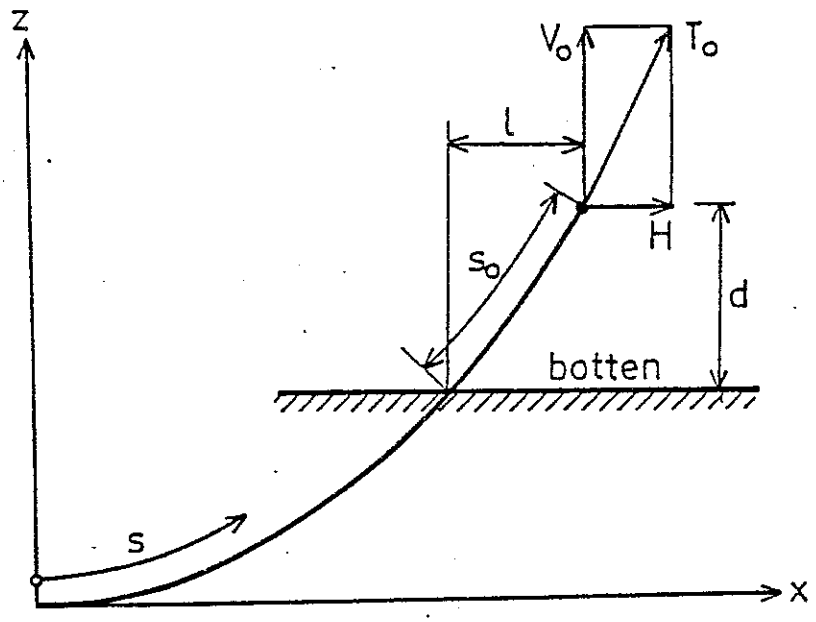


Fig. 7.8 Koordinater för sträckt ankarkabel

För detta fall anger Zarnick och Casarella (1972)

$$l = \frac{2H}{q} \operatorname{arcsinh} \left(\frac{q}{2H} (s_o^{\,2} - d^2)^{1/2} \right) \qquad \ldots(7.21)$$

vilket kan härledas ur de redovisade sambanden.

Som illustration till kraft-förskjutningssambandet för en ankarkätting har i fig. 7.9 horisontalkraften H uppritats som funktion av horisontella avståndet l mellan ankare och fästpunkt. Följande parametrar gäller

$d = 50$ m	vattendjup
$s_o = 150$ m	kättingens längd
$q = 1$ kN/m	dess tyngd per längdenhet

Av figuren framgår att kraft-förskjutningssambandet för en lina är starkt olinjärt. Linorna i ett symmetriskt ankarsystem ger dock ett samband som uppvisar större linjaritet mellan summan av horisontalkrafterna och horisontalförskjutningen.

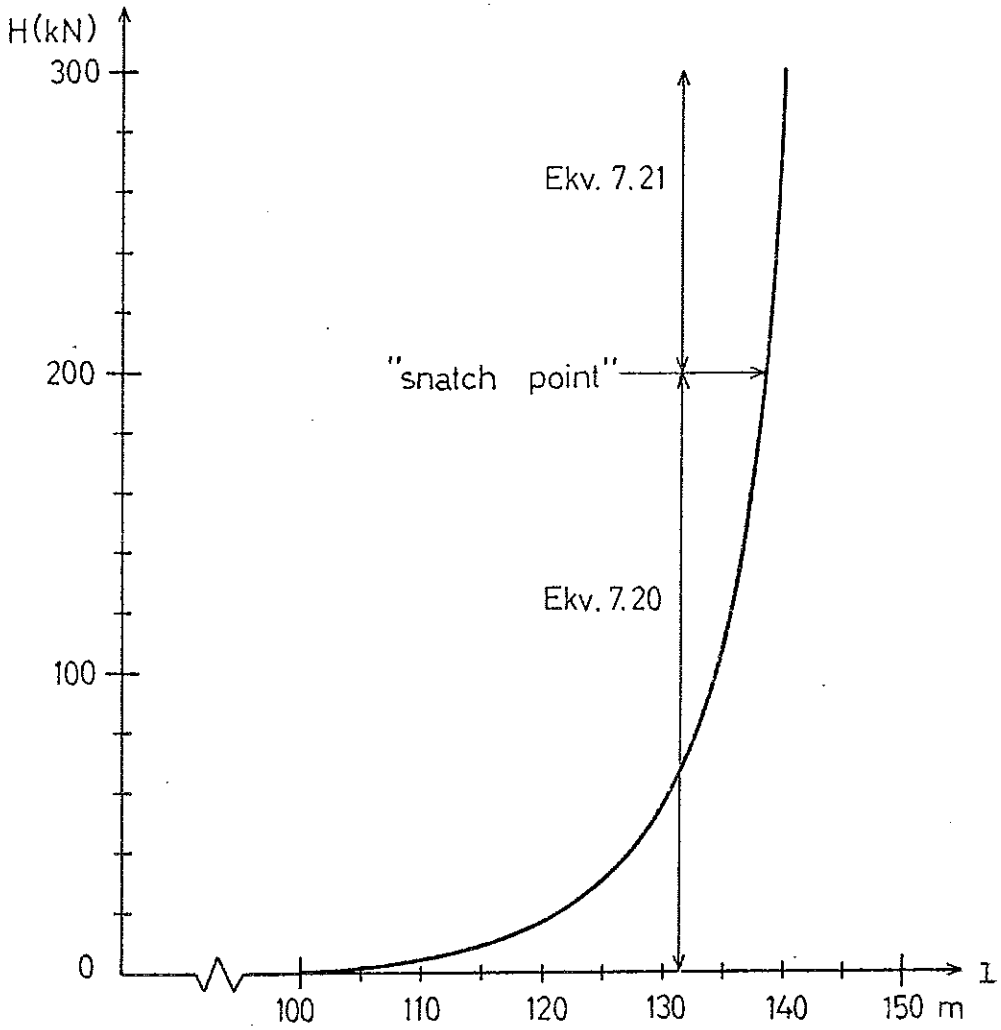


Fig. 7.9 Horisontalkraft som funktion av avståndet till ankaret med en 150 m lång kätting med tyngden 1000 N/m vid vattendjupet 50 m.

Lineariserade kabelstyvheter

I laborationen har sambanden för förskjutningarna och stödreaktionerna hos ankarsystemet förenklats så att en horisontalförskjutning endast ger upphov till ökad belastning i horisontalled. I själva verket kommer plattformen att också tvingas vrida sig samtidigt.

Den i kapitel 5, ekv. (4) angivna styvhetsmatrisen innehåller således många element utanför diagonalen. För en förskjutning i x-led kommer plattformen att vrida sig kring y-axeln om förankringssystemet är symmetriskt, varför t.ex. matrisen bör innehålla elementen C_{15} och c_{51}. Detta visas nedan. För ett åttalinors symmetriskt förankringssystem borde den lineariserade styvhetsmatrisen vara

$$C = \begin{bmatrix} c_{11} & & & & c_{15} & & \\ & c_{22} & & c_{24} & & & \\ & & c_{33} & & c_{35} & & \\ & c_{42} & & c_{44} & & & \\ c_{51} & & c_{53} & & & c_{55} & \\ & & & & & & c_{66} \end{bmatrix} \qquad \ldots(7.22)$$

För asymmetriska system uppträder även andra element utanför diagonalen.

Elementen i matrisen kan erhållas genom att i dator sätta upp det kompletta systemets jämvikt och sedan translatera och rotera plattformen i de olika frihetsgraderna.

Jain (1980) har ställt styvhetsmatrisen analytiskt för en sträckt eller slak ankarkätting för små förskjutningar kring medelläget på formen

$$\begin{bmatrix} dH \\ dV_o \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{xx} & K_{xz} \\ K_{zx} & K_{yy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h \\ v \end{bmatrix} \qquad \ldots(7.23)$$

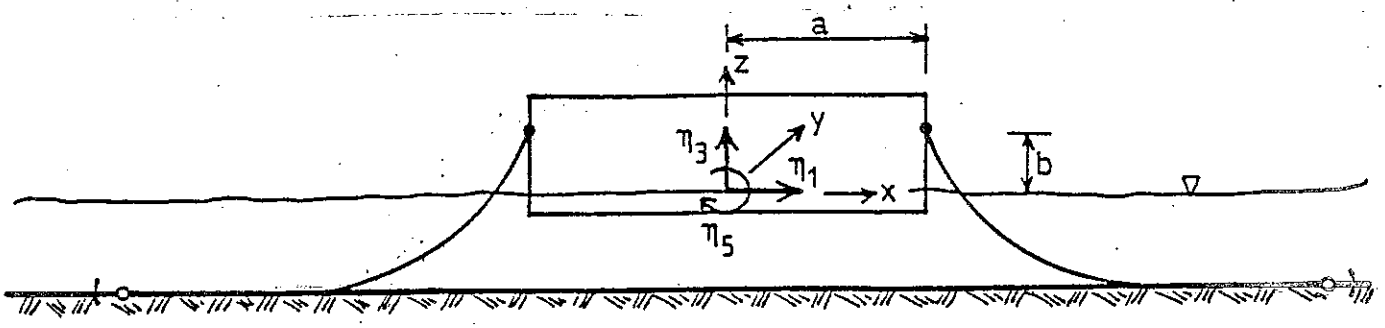
där H, V är horisontell respektive vertikal kraft i fästpunkten och h respektive v samhörande förskjutningar av denna. Intresserade hänvisas till källan.

Styvhetsmatrisen för en plan förankring

Som exempel har författaren härlett styvhetsmatrisen för ett tvådimensionellt fall genom att använda sambandet (6.12) för kablarnas spänning. För en pråm förankrad i ett plan parallellt vågutbredningsriktningen med en förlig och akterlig förankringskabel (se fig. 7.10) erhölls då med Jains matris följande samband mellan reaktionskraften från ankarsystemet och förskjutningarna i de tre frihetsgraderna surge, heave och pitch,

$$\begin{bmatrix} F_x \\ F_z \\ M_y \end{bmatrix} = -2\begin{bmatrix} k_{xx} & 0 & bk_{xx}+ak_{zx} \\ 0 & k_{zz} & 0 \\ bk_{xx}+ak_{xz} & 0 & b^2k_{xx}+ab(k_{zx}+k_{xz})+a^2k_{zz} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \eta_1 \\ \eta_3 \\ \eta_5 \end{bmatrix} \quad \ldots (7.24)$$

För beteckningar se figur 6.11.



Figur 7.10 En plant förankrad pråm.

Sambandet (7.24) visar t.ex. att pråmen kommer att vrida sig i negativ led kring y-axeln vid en förskjutning i positiv horisontalled, såvida inte ankarkablarna är infästa i origo.

Åttalinors förankringssystem

Götaverken/Arendal har ett program för ett åttalinors förankringssystem, som kan användas för att bestämma förankringsstyvheterna.

För datorlaborationer har kraftförskjutningssambandet beräknats för ett sådant åttalinors förankringssystem med utformning i plan enligt figur 7.4b. Vattendjupet är 200 m, förankringslinan utgörs av kätting och två olika förspänningar med 800 resp. 920 MN horisontalkraft i inspänningspunkten.

Resultatet av denna beräkning kommer att delas ut i samband med datorlaborationer.

8. HASTIGHETSPOTENTIALEN I EN VÅG

Hastighetspotentialen ϕ är ett viktigt hjälpmedel vid beräkning av egenskaperna hos en vågrörelse och vågkrafter. Ur potentialen erhålles t.ex. definitionsmässigt vattenhastigheterna som derivatan med avseende på den betraktade riktningen. I x-led således

$$u = -\partial\phi/\partial x \qquad \ldots(8.1)$$

Hastighetspotentialen för en sinusvåg som utbreder sig i x-riktningen är

$$\phi = \frac{ga}{\omega} \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh} \cos(kx-\omega t) \qquad \ldots(8.2)$$

där
- a är vågens amplitud
- g jordaccelerationen
- ω cirkelfrekvensen för vågrörelsen $= 2\pi/T$
- k vågtalet $= 2\pi/L$
- h vattendjupet
- x horisontell koordinat
- z vertikal koordinat positiv uppåt med origo i SWL
- t tiden
- T vågperioden
- L våglängden

På djupt vatten blir vågpotentialen för en fortskridande sinusvåg

$$\phi = \frac{ga}{\omega} e^{kz} \cos(kx-\omega t) \qquad \ldots(8.3)$$

Texten nedan är tagen från Bergdahls (1979) kompendium Vågkrafter där också en härledning finns återgiven.

De angivna hastigheterna och accelerationerna kommer att användas i laborationen för att beräkna den drivande kraften.

Potentialerna (8.2) och (8.3) kan användas för att beräkna rörelserna och krafterna mot semisubmersiblen i vanliga sjötillstånd. För extrema förhållanden som t.ex. för hundraårsvågen i Nordsjön med en period på 15-25s och en höjd på 30-37m bör t.ex. femte ordningens vågteori enligt Stokes användas eftersom en sådan våg inte är sinusformad.

Observera att vågrörelsens frekvens är det inverterade värdet av vågperioden

$$f = \frac{1}{T} \qquad \ldots\ldots \quad (8.4)$$

Vågens fashastighet

$$c = \frac{L}{T} = \frac{\omega}{k} = \frac{g}{\omega} \tanh kh = \sqrt{\frac{g}{k} \tanh k\,h} \qquad \ldots\ldots \quad (8.5)$$

Om $h \geq \frac{1}{2} L$ kan tanh kh sättas till 1 och man säger att vågorna uppträder på "djupt" vatten. Då blir fashastigheten

$$c = \frac{g}{\omega} = 1{,}56\,T = \sqrt{1{,}56\,L}; \quad L = 1{,}56\,T^2 \qquad \ldots\ldots \quad (8.6)$$

Om däremot $h \leq 0{,}1\,L$ kan $\tanh kh \approx kh$ och man brukar tala om vågor på "grunt" vatten. Fashastigheten blir då

$$c = \sqrt{g\,h} \qquad \ldots\ldots \quad (8.7)$$

Se vidare t. ex. Cederwall [2]

8.2 Hastighetspotentialens användning

Även om uttrycket för hastighetspotentialen för t. ex. en fortskridande våg, ekv. 8.1, ser litet obekvämt ut, finner vi snart, att det har många fördelar. Man kan ju ur ekvationen genom att derivera m. a. p. x, z eller t erhålla uttryck för hastigheter, accelerationer och tryck i alla punkter i vätskan:

Utgå från ekv. (8.1) $\phi = \frac{ag}{\omega} \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh} \cos(kx - \omega t)$

Vågformen erhålles ur randvillkoret för vattenytan

$$\eta = \frac{1}{g} \left(\frac{\partial \phi}{\partial t}\right)_{z=0} = \frac{1}{g} \frac{ag}{\omega} \omega \frac{\cosh k(0+h)}{\cosh kh} \sin(kx - \omega t) =$$

$$= a \sin(kx - \omega t) \qquad \ldots\ldots \quad (8.8)$$

Horisontella hastigheter ur definitionen (8.1)

$$u = -\frac{\partial \phi}{\partial x} = + \frac{agk}{\omega} \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh} \cdot \sin(kx - \omega t) \qquad \ldots\ldots \quad (8.9)$$

Vertikala hastigheter på samma sätt

$$w = -\frac{\partial\phi}{\partial z} = -\frac{agk}{\omega}\,\frac{\sinh k(z+h)}{\cosh k\,h}\cdot\cos(kx - \omega t) \qquad \ldots\ldots \qquad (8.10)$$

Horisontella accelerationer ur ekv. (8.9):

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -\frac{\partial^2\phi}{\partial t\partial x} = -\,agk\,\frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh}\cdot\cos(kx - \omega t) \qquad \ldots\ldots \qquad (8.11)$$

Vertikala accelerationer ur ekv. (8.10):

$$\frac{\partial w}{\partial t} = -\frac{\partial^2\phi}{\partial t\partial z} = -agk\,\frac{\sinh k(z+h)}{\cosh kh}\cdot\sin(kx - \omega t) \qquad \ldots\ldots \qquad (8.12)$$

Trycket blir

$$p = \rho\left(-gz + \frac{\partial\phi}{\partial t}\right) =$$

$$= -\rho gz + \rho ga\,\frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh}\,\sin(kx - \omega t) \qquad \ldots\ldots \qquad (8.13)$$

Dessutom kan partikelbanorna i vattnet erhållas genom att integrera ekvationerna (8.9) och (8.10) med avseende på t. Formen på dessa banor är elliptisk med storaxeln horisontell. Nära bottnen och på grunt vatten är lillaxeln mycket liten, vattnet oscillerar fram och åter. På djupt vatten är partikelbanorna enligt denna teori cirkulära, dvs storaxeln och lillaxeln är lika långa.

Hastigheterna, accelerationerna, trycken och partikelbanorna i en stående våg eller en våg av högre ordning med mer komplicerad hastighetspotential kan givetvis erhållas på motsvarande sätt som för den fortskridande vågen ovan.

I Reinius "Hamnar och farleder" [1] och Cederwall: "Vågor" [2] finns beskrivningar över några olika typer av vågrörelser och vilka partikelbanor som uppträder i dessa.

Exempel 8.1 Beräkna det maximala trycket på bottnen när en våg med $L = 50$ m $H = 2$ m passerar en plats där vattendjupet är 12,5 m.

Ekvation (3.30) användes:

$$\phi = \frac{ag}{\sigma} \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh} \cos(kx - \sigma t)$$

Här blir enligt lydelsen $a = H/2 = 1$ m, $k = 2\pi/L = \pi/25\ m^{-1} \approx 0,125\ m^{-1}$, $h = 12,5$ m och σ kan erhållas ur ekv. (8.34). Men det är trycket p vi är ute efter.

$$p = \rho\left(-gz + \frac{\partial\phi}{\partial t}\right) = -\rho gz + \rho ag \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh} \sin(kx - \sigma t)$$

Sätt $\sin(kx - \sigma t) = 1$ och sätt in värdena ovan för $z = -h$

$$\bar{p}_{max} = +\rho g \cdot h + \rho \cdot g \frac{H}{2} \frac{\cos h\, 0}{\cosh kh}$$

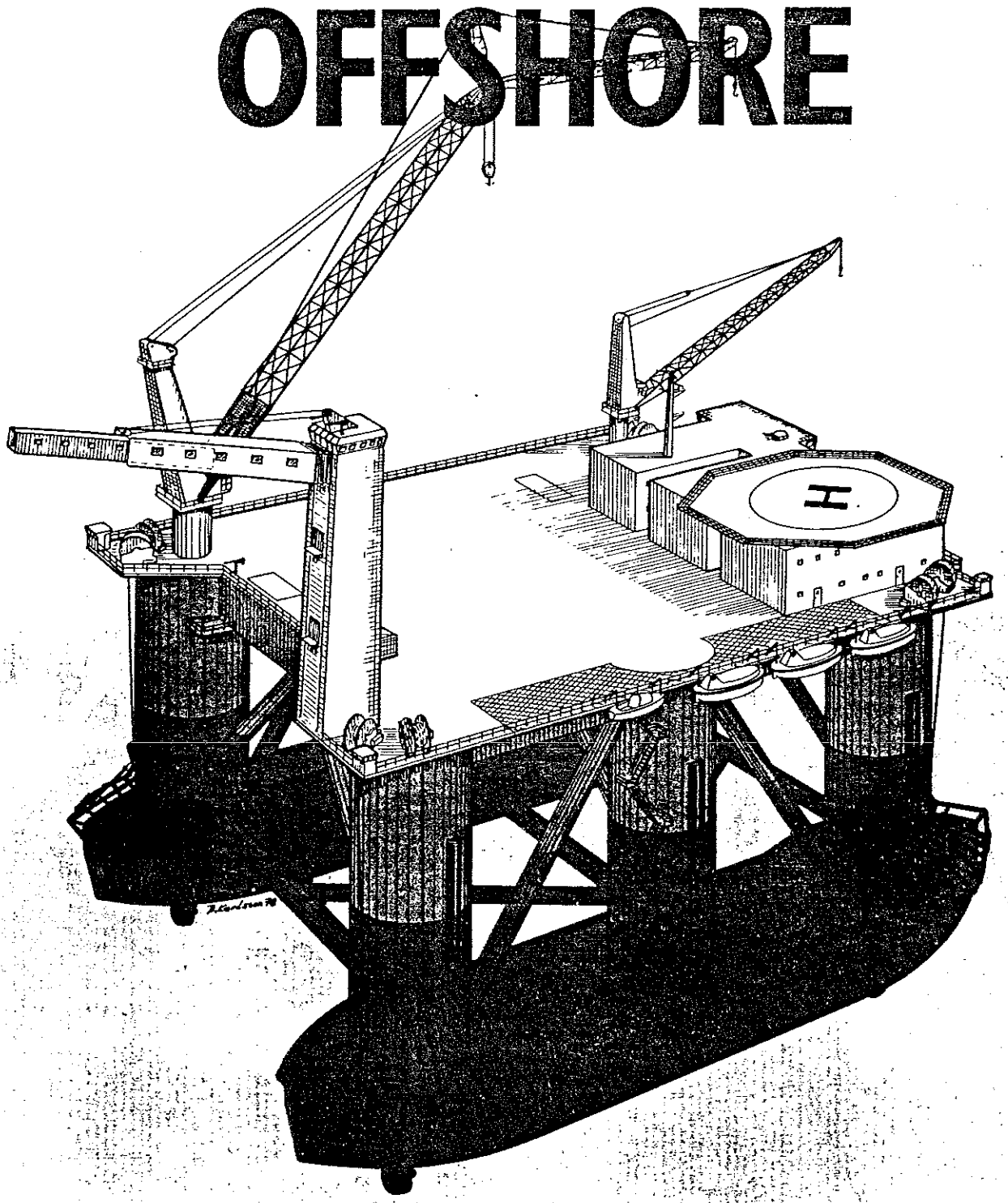
$$p_{max} = \rho g\left(h + \frac{H}{2}\frac{1}{2,48}\right) = \rho g\left(h + \frac{H}{4,96}\right)$$

$$\bar{p}_{max} = 10^4 \cdot \left(12,5 + \frac{2}{4,96}\right) = 1,29 \cdot 10^5\ N/m^2$$

Övning 8.2 Beräkna den horisontella och vertikala max. hastigheten vid bottnen när vågen passerar.

Svar: $u_{max\ z=-h} = 0.92$ m/s

$w_{z=-h} \equiv 0$



Semisubmersible multifunctional service and emergency rig

9.1 Brasklapp

Såsom påpekats i inledningen skulle normalt en plattform beräknas först för grundbelastningar av vind, ström och medelvärde av vågdriftkraften. Styvheterna för ankarsystemet i det på grund av grundlasterna förskjutna läget skulle sedan beräknas, varefter de oscillerande krafterna på grund av vågor och varierande vågdriftkraft skulle beräknas.

I det följande har vind, ström och driftkraft satts till noll och svängningarna på grund av regelbundna vågor skall beräknas på datorn.

Många förenklade antaganden och linjariseringar har gjorts, dock har släpkraften inte linjariserats i framställningen nedan. I datorprogrammet har släpkraften lineariserats varför amplitudresponsfunktionen i detta bör vara oberoende av vågamplituden.

Fel i släpkraften införs beroende på att horisontella och vertikala hastighetsfält anses verka oberoende av varandra och kraftkomponenterna sedan adderas vektoriellt. Varför är detta fel?

Ett annat fel är att släpkraften på grund av svängningen ansätts som funktion av absoluthastigheten hos kroppen och den drivande släpkraften som funktion av vattnets absoluthastighet. Varför är detta fel?

Semisubmersible multifunctional service and emergency rig

Main features

The rig is a dynamic positioned semisubmersible unit of twinhull configuration. Its prime functions are maintenance, diving/support, firefighting and wild well control in the North Sea or in other rough offshore locations. The rig is mainly based on the ARENDAL FLEXRIG concept. Two rigs are contracted for delivery late 1979.

Main dimensions

Length over all	79.0 m
Width outside pontoons	61.0 m
Height to main deck	35.3 m
Height to lower deck	30.8 m
Corner columns diameter	10.6 m
Centre columns diameter	9.7 m
Pontoon height	7.6 m
Pontoon width	15.2 m

Draft, displacement

Transit draft excl thrusters	7.0 m
Transit displacement	17 000 tonnes
Operational draft	19.5 m
Operational displacement	24 600 tonnes
Survival draft	13.7 m
Survival displacement	21 700 tonnes
Light ship weight	12 000 tonnes

Basic design

The rig is developed from the Friede & Goldman "Alaskan Star"/North Sea type design, with excellent reputation from North Sea and Alaskan Gulf operations.

Deck load, deck area, capacities

Variable deck load at survival draft	1 000-1 300 tonnes
Unobstructed main deck area	2 500 m²
Workshop/store/diving areas in lower deck	1 600 m²
Fuel oil capacity	3 000 m³

Accommodation

Two bed cabins	60
One bed cabins	20

Deck equipment

MAIN CRANE

Max SWL at 22 m radius	100 tonnes
Boomlength incl flyjib	70 m

AUXILIARY CRANE

Max SWL at 16 m radius	50 tonnes
Boom length	40 m

Eight point mooring system.

Access and evacuation tower

For access into or evacuation of different levels of fixed structures a tower including gangway and lift will be fitted.

Gangway includes piping for water, air, mud/cement, electricity and hydraulics.

Diving complex

Rig comprises sufficient tween deck area for installation of a complete saturation diving complex for 24 divers.
Moonpool in port centre column for launching of one diving bell.
Moonpool in tweendeck for handling of additional diving bells on guiderails inside port pontoon.
Hatch in maindeck for launching of rescue chamber with cranes.

Motion characteristics

Maximum wave height	100 ft
Natural periods at operational draft:	
Heave	19 sec
Pitch	33 sec
Roll	33 sec

Station keeping

Dynamic positioned, fully redundant.

Max weather condition for station keeping with one unit out of commission and 1.5 knot current ..... 9 Bft.

Propeller units, power supply

Four azimuthing CP thrusters	3 000 kW each
Two transverse CP thrusters in tunnels	1 100 kW each

All propellers driven by 6 kV electric motors.

Seven diesel generators with total capacity .. 15 600 kW

Ballast system

Four ballast pumps, capacity each ..... 2 300 m³/h
Ballast pumps are used as booster pumps for firefighting.

External firefighting

Det norske Veritas FIREFIGHTER II.

Two fire monitors will be installed in top of access tower.

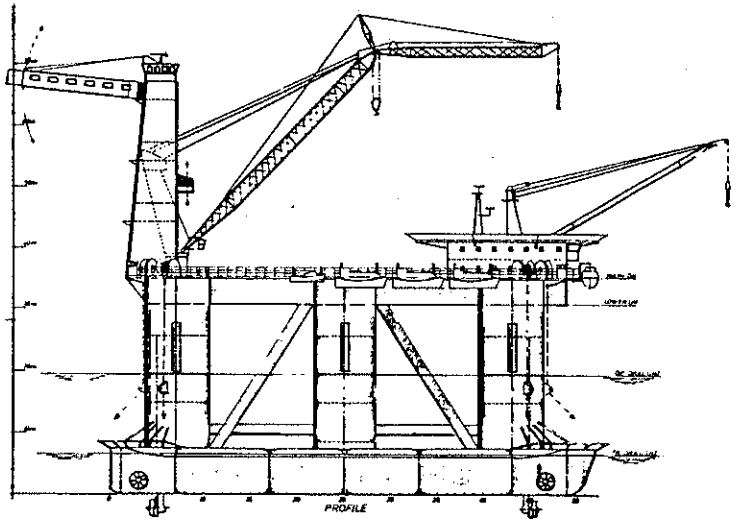
Two fire monitors will be installed on main deck and two at lower deck level.

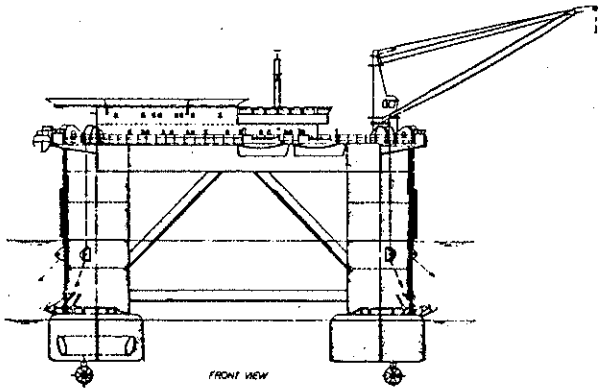
Control room for external firefighting and joystick-control on top of access tower.

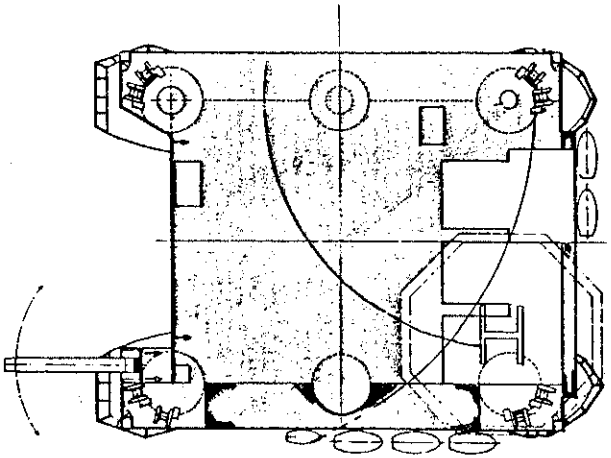
Options

Emergency anchors replacing the eight point mooring system.
Variable deck load corresponding . . 1 700—2 000 tonnes

Permanent installation of mud and cement systems for well-killing.







Kompletterande uppgifter till den tekniska specifikationen

Operationsdjup

GMT	Tvärskeppsmetacenterhöjd	$h_4 = 2.3$ m
GML	Långskeppsmetacenterhöjd	$h_5 = 2.7$ m
KG	Tpläget från kölen	15.9 m
K_{roll}	Tvärskeppströghetsradie	$i_4 = \sqrt{I_4/m} = 24.9$ m
K_{pitch}	Långskeppströghetsradio	$i_5 = \sqrt{I_5/m} = 25.36$ m
K_y	Girtröghetsradie	$i_6 = \sqrt{I_6/m} = 28.5$ m

Där I är massströghetsmomenten med avseende på tyngdpunkten

9.3 Beräkning av matriselement

Rörelseekvationen är av formen

$$(M + A)\,\ddot{\eta} + B\,\dot{\eta} + C\,\eta = \mathbb{F}$$

där η är den generaliserade förskjutningsvektorn och $\mathbb{F}$ den generaliserade drivande kraften enligt kapitel 5.

Alla rörelser och krafter beräknas med avseende på origo!

Den drivande kraften ges såsom

$$\mathbb{F} = f\,(u,\ \dot{u},\ v,\ \dot{v},\ w,\ \dot{w},\ \eta)$$

där (u, v, w) är hastigheterna i (x, y, z)-led i tillämpliga punkter i vätskan och η nivån för vattenytan kring pontonbenen.

Masskoefficienter och släpkraftskoefficienter har tagits ur litteraturen eller antagits om nödvändigt. De har satts konstanta och oberoende av frekvens, Reynolds tal eller Keulegan Carpenters tal.

För att beräkna den drivande kraften har semisubben indelats i 12 element och vattnets hastigheter och accelerationer i den ostörda vågen måste anges i centrum för varje sådant element. För "deplacementskraften" måste trycket vid basen av de sex pelarna anges.

På de följande sidorna ges de genomförda beräkningarna fullständigt. På en föreläsning kommer författaren att gå igenom praktiskt hur matriselementen beräknats. En sorts förskjutningsmetod har använts där plattformen antagits accelererad och förskjuten i alla sex frihetsgraderna var för sig.

9.3.1 Koefficienter i rörelseekvationen

Massmatrisen M (se sid 5.2)

Riggens massa

$$m = m_{11} = m_{22} = m_{33} = 24.6 \cdot 10^6 \text{ kg}$$

Massströghetsmomenten

$$m_{44} = m(i_4^2 + z_c^2) = 24.6 \cdot 10^6 \text{kg} \left[(24.9 \text{ m})^2 + (3.6 \text{ m})^2 \right] = 15.6 \cdot 10^9 \text{ kgm}^2$$

där mi_4^2 är tröghetsmomentet m.a.p. tyngdpunkten och $z_c = -3.6$ m är koordinaten för tyngdpunkten

m_{44} är tröghetsmomentet m.a.p. origo

$$m_{55} = 16.1 \cdot 10^9 \text{ kgm}^2$$

$$m_{66} = 20.0 \cdot 10^9 \text{ kgm}^2$$

Kopplingskoefficienterna

$$m_{42} = m_{24} = -m_{51} = -m_{15} = -mz_c = -24.6 \cdot 10^6 \text{ kg } (-3.6 \text{ m}) = 88.6 \cdot 10^6 \text{ kgm}$$

Deviationströghetsmomenten är approximativt noll på grund av i stort sett symmetrisk massfördelning

$$M = \begin{bmatrix} m_{11} & & & & m_{15} & \\ & m_{22} & & m_{24} & & \\ & & m33 & & & \\ & m_{42} & & m_{44} & & \\ m_{51} & & & & m_{55} & \\ & & & & & m66 \end{bmatrix}$$

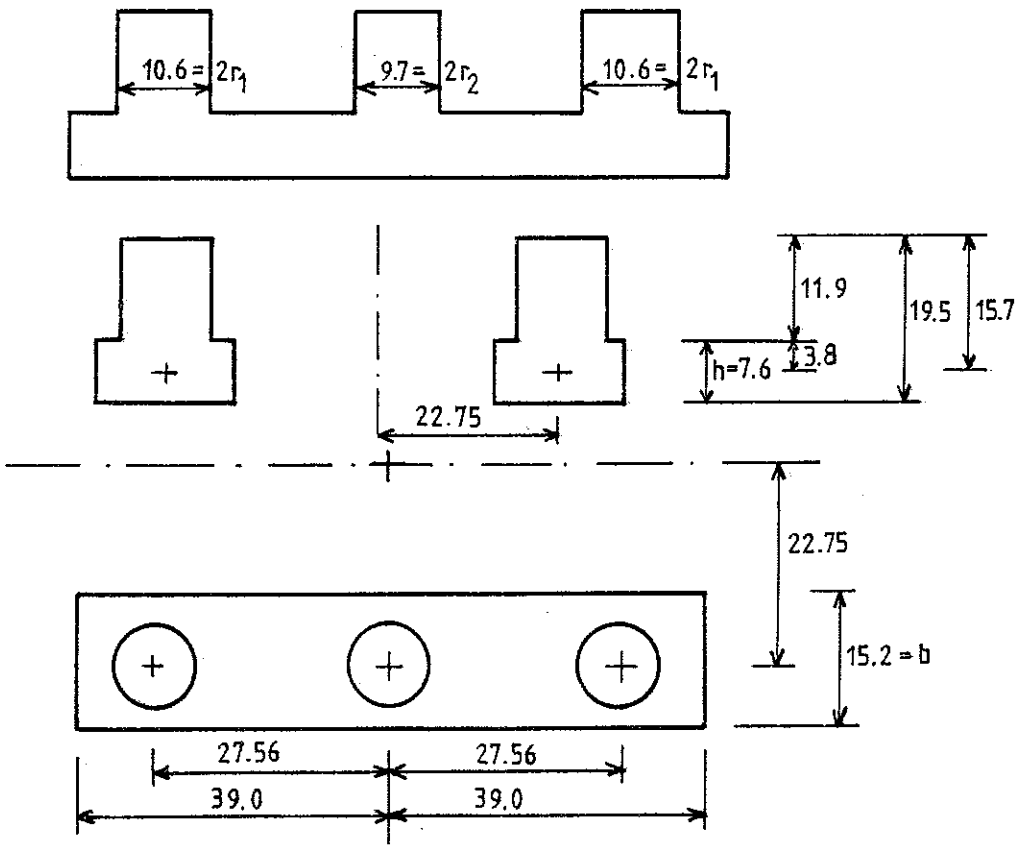
Matrisen för hydrodynamisk massa

Den hydrodynamiska massan (added mass) för en translation av en cirkulär sektion är $\rho\pi r^2$ per längdenhet ($C_m = 1$) där ρ är det omgivande havsvattnets densitet ($\rho \approx 1026$ kg/m^3). Det hydrodynamiska momentet för en cylinder är noll.

Den hydrodynamiska massan för pontonerna är 0.67 hbρ i horisontalled per längdenhet och 2.15 hbρ i vertikalled. h är pontonernas höjd och b deras bredd och h/b = 0.5. Se tabell 6.

Det hydrodynamiska momentet för en rotation kring pontonernas egen axel är visserligen skilt från noll men kan försummas i sammanhanget.

Approximativa mått



Den hydrodynamiska massan för en pontongpel sätts till $\frac{\pi}{3}(b \cdot h)^{3/2}\rho$

a_{11} (translation i x-led)

$$a_{11} = \rho\Big\{\underbrace{2\pi \cdot 11.9m\,(2r_1^2 + r_2^2)}_{\text{pelarna (6st)}} + \underbrace{\frac{4\pi}{3}(bh)^{3/2}}_{\text{gavel (4st)}}\Big\} = 11.5 \cdot 10^6 \text{ kg}$$

a_{22} (translation i y-led)

$$a_{22} = \rho\Big\{\underbrace{2\pi \cdot 11.9m\,(2r_1^2 + r_2^2)}_{\text{pelarna (6st)}} + \underbrace{2 \cdot 0.67\,bh \cdot 78m}_{\text{pontonerna (2st)}}\Big\} = 18.6 \cdot 10^6 \text{ kg}$$

a_{33} (translation i z-led)

$$a_{33} = \underbrace{\rho\; 2 \cdot 2.15\; bh \cdot 78m}_{\text{pontonerna}}$$ (ett visst avdrag borde egentligen göras för pelarinfästningarna) $= 39.9 \cdot 10^6$ kg

$a_{31} = a_{13} \approx 0$ (beror av t.ex. stävens utformning)

a_{51} (tyngdpunkten för den hydrodynamiska massan ligger inte i origo)

$$a_{51} = a_{15} = -\rho\Big\{\underbrace{\pi(11.9m)^2(2r_1^2 + r_2^2)}_{\text{pelarna}} + \underbrace{\frac{4\pi}{3}(bh)^{3/2} \cdot 15.7m}_{\text{pontongavlarna}} =$$

$$= -1.21 \cdot 10^8 \text{ kgm}$$

$$a_{42} = a_{24} = \rho\Big\{\underbrace{\pi(11.9m)^2(2r_1^2 + r_2^2)}_{\text{pelarna}} + \underbrace{2 \cdot 0.67\,bh \cdot 78m \cdot 15.7m}_{\text{pontonerna}} =$$

$$= 2.32 \cdot 10^8 \text{ kgm}$$

$a_{62} = a_{26} = a_{53} = a_{35} = 0$ p.g.a. approximativ förlig-aktterlig symmetri

a_{44} (rotation kring x-axeln)

$$a_{44} = \underbrace{\rho \cdot 2 \cdot 78m\,bh\Big\{(22.75m)^2 \cdot 2.15 + (15.7m)^2 \cdot 0.67\Big\}}_{\text{pontonerna}} +$$

$$+ \underbrace{(2/3)\rho\pi(11.9m)^3(2r_1^2 + r_2^2)}_{\text{pelarna}} = 2.40 \cdot 10^{10} \text{ kgm}^2$$

a_{55} (rotation kring y-axeln)

$$a_{55} = \rho\Big\{\underbrace{(2/3)\pi(11.9\,m)^3(2r_1^2+r_2^2)}_{\text{pelarna}} + \underbrace{\frac{4\pi}{3}(hb)^{3/2}\cdot(15.7\,m)^2}_{\text{pontongavlarna}} +$$

$$+ \underbrace{4\cdot 2.15\,hb\,\tfrac{1}{3}(39\,m)^3}_{\text{pontonerna}}\Big\} = 2.18\cdot 10^{10} \quad kgm^2$$

a_{66} (rotation kring z-axeln)

$$a_{66} = \rho\Big\{\underbrace{4\pi r_1^2\left((27.56\,m)^2+(22.75\,m)^2\right)}_{\text{hörnpelarna}} + \underbrace{2\pi r_2^2(22.75\,m)^2}_{\text{mittpelarna}} +$$

$$+ \underbrace{4\cdot 0.67\,hb\,\tfrac{1}{3}(39\,m)^3}_{\text{pontonerna}} + \underbrace{4(22.75\,m)^2\cdot\tfrac{\pi}{3}(hb)^{3/2}}_{\text{pontongavlarna}}\Big\} =$$

$$= 9.62\cdot 10^9 \quad kgm^2$$

$a_{64} = a_{46} = 0$ p.g.a. förlig akterlig symmetri

Koefficienter skilda från noll

$a_{11} = 1.15\cdot 10^7$ kg

$a_{22} = 1.86\cdot 10^7$ kg

$a_{33} = 3.99\cdot 10^7$ kg

$a_{51} = a_{15} = -1.21\cdot 10^8$ kgm

$a_{42} = a_{24} = 2.32\cdot 10^8$ kgm

$a_{44} = 2.40\cdot 10^{10}$ kgm^2

$a_{55} = 2.18\cdot 10^{10}$ kgm^2

$a_{66} = 9.62\cdot 10^9$ kgm^2

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & 0 & 0 & 0 & a_{15} & 0 \\ 0 & a_{22} & 0 & a_{24} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a_{42} & 0 & a_{44} & 0 & 0 \\ a_{51} & 0 & 0 & 0 & a_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{66} \end{bmatrix}$$

Dämpmatrisen B

Antag endast viskös dämpning - $F_D = C_D \frac{1}{2} \rho u|u| \cdot A = bu$

dvs $b = C_D \frac{1}{2} \rho A|u|$

b_{11} (translation i x-led)

$$b_{11} = |\dot{\eta}_1| \rho \{ \underbrace{C_{D1}(2 \cdot 10.6m + 9.7m)11.9m}_{\text{pelarna}} + \underbrace{C_{D2}\, 7.6m \cdot 15.2m}_{\text{pontongavlarna}} \} = |\dot{\eta}_1| \cdot 4{,}38 \cdot 10^5 \text{ Ns/m}$$

$$b_{22} = |\dot{\eta}_2| \rho \{ \underbrace{C_{D1}(2 \cdot 10.6m + 9.7m)11.9m}_{\text{pelarna}} + \underbrace{C_{D3}\, 7.6m \cdot 78m}_{\text{pontonerna}} \} = |\dot{\eta}_2| \cdot 1{,}60 \cdot 10^6 \text{ Ns/m}$$

$$b_{33} = |\dot{\eta}_3| \rho \{ \underbrace{C_{D4} \cdot 15.2m \cdot 78m}_{\text{pontonerna}} \} = |\dot{\eta}_3| \cdot 2{,}44 \cdot 10^6 \text{ Ns/m}$$

$$b_{51} = -|\dot{\eta}_1| \rho \{ \underbrace{C_{D1}(2 \cdot 10.6m + 9.7m)(11.9m)^2 \tfrac{1}{2}}_{\text{pelarna}} + \underbrace{C_{D2} \cdot 7.6m \cdot 15{,}2m \cdot 15{,}7m}_{\text{pontongavlarna}} \} = -|\dot{\eta}_1| \cdot 3.19 \cdot 10^6 \text{ Ns}$$

$$b_{15} = \underbrace{-|\dot{\eta}_5| \frac{11.9m}{2} \rho C_{D1}(2 \cdot 10.6m + 9.7m)(11.9m)^2 \tfrac{1}{2}}_{\text{pelarna}} - \underbrace{|\dot{\eta}_5| \cdot 15.7m \rho C_{D2}\, 7.6m \cdot 15{,}2m \cdot 15.7m}_{\text{pontongavlarna}} =$$

$$= -|\dot{\eta}_5| \cdot 2{,}81 \cdot 10^7 \text{ Ns}$$

$$b_{42} = |\dot{\eta}_2| \rho \{ \underbrace{C_{D1}(2 \cdot 10.6m + 9.7m) \frac{(11.9m)^2}{2}}_{\text{pelarna}} + \underbrace{C_{D3}\, 7.6m \cdot 78m \cdot 15.7m}_{\text{pontonerna}} \} = |\dot{\eta}_2| \cdot 2{,}143 \cdot 10^7 \text{ Ns}$$

$$b_{24} = \underbrace{|\dot{\eta}_4| \frac{11.9m}{2} \rho C_{D1}(2 \cdot 10.6m + 9.7m) \frac{(11.9m)^2}{2}}_{\text{pelarna}} + \underbrace{|\dot{\eta}_4| 15.7m \rho C_{D3}\, 7.6m\, 78m\, 15.7m}_{\text{pontonerna}} =$$

$$= |\dot{\eta}_4| \cdot 3{,}14 \cdot 10^8 \text{ Ns}$$

$$b_{62} = b_{26} = b_{53} = b_{35} = b_{64} = b_{46} = 0$$

$$b_{44} = |\dot{\eta}_4| \frac{1}{2} \rho \{ \underbrace{78m \cdot 2(C_{D4}\, 15.2m(22.75m)^3 + C_{D3}(15.7m)^3 \cdot 7.6m)}_{\text{pontonerna}} +$$

$$+ \underbrace{C_{D1}(4 \cdot 10.6m + 2 \cdot 9.7m)(11.9m)^4/4}_{\text{pelarna}} \} = |\dot{\eta}_4| \cdot 3{,}36 \cdot 10^{10} \text{ Nms}$$

$$b_{55} = |\dot{\eta}_5| \frac{1}{2} \rho \{ C_{D1}(4 \cdot 10.6m + 2 \cdot 9.7m)(11.9m)^4/4 + 4 C_{D4}\, 15.2m(39m)^4/4 +$$

$$+ C_{D2}\, 2(15.7m)^3\, 15{,}2m \cdot 7.6m \} = |\dot{\eta}_5| \cdot 3{,}66 \cdot 10^{10} \text{ Nms}$$

$$b_{66} = |\dot{\eta}_6| \frac{1}{2}\rho \Big\{ \underbrace{C_{D1}\, 4\cdot 10.6\,m\left((22.75\,m)^2+(27.5\,m)^2\right)^{3/2}\cdot 11.9\,m}_{\text{hörngelarna}} +$$

$$+ \underbrace{C_{D1}\cdot 2\cdot 9.7\,m\,(22.75\,m)^3\cdot 11.9\,m}_{\text{mittgelarna}} + \underbrace{C_{D3}\, 4\cdot 7.6\,m\,(39\,m)^4/4}_{\text{pontonerna}} +$$

$$+ \underbrace{C_{D2}\, 2\cdot (22.75\,m)^3\, 7.6\,m\cdot 15.2\,m}_{\text{gavlarna}} \Big\} = |\dot{\eta}_6| \cdot 3{,}21 \cdot 10^{10}$$

$b_{11} = |\dot{\eta}_1| \cdot 4{,}3 \cdot 10^5$ Ns/m

$b_{22} = |\dot{\eta}_2| \cdot 1{,}60 \cdot 10^6$ Ns/m

$b_{33} = |\dot{\eta}_3| \cdot 2{,}44 \cdot 10^6$ Ns/m

$b_{51} = -|\dot{\eta}_1| \cdot 3{,}10 \cdot 10^6$ Ns

$b_{15} = -|\dot{\eta}_5| \cdot 2{,}81 \cdot 10^7$ Ns

$b_{42} = |\dot{\eta}_2| \cdot 2{,}14 \cdot 10^7$ Ns

$b_{24} = |\dot{\eta}_4| \cdot 3{,}14 \cdot 10^8$ Ns

$b_{44} = |\dot{\eta}_4| \cdot 3{,}36 \cdot 10^{10}$ Nms

$b_{55} = |\dot{\eta}_5| \cdot 3{,}66 \cdot 10^{10}$ Nms

$b_{66} = |\dot{\eta}_6| \cdot 3{,}21 \cdot 10^{10}$ Nms

$$B = \begin{bmatrix} b_{11} & 0 & 0 & 0 & b_{15} & 0 \\ 0 & b_{22} & 0 & b_{24} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & b_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & b_{42} & 0 & b_{44} & 0 & 0 \\ b_{51} & 0 & 0 & 0 & b_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & b_{66} \end{bmatrix}$$

Om det blir enklare kan b_{51} sättas till b_{15} och b_{42} till b_{24}

Linjarisering kan sedan göras genom att byta $\dot{\eta}$ mot $\frac{8}{3\pi}\dot{\eta}_{max}$

Zarnick och Casarella sätten vidare $b_{15} = b_{51} = b_{24} = b_{42} = 0$

Styvhetsmatrisen C

På grund av deplacementsändringen erhålles

Heave: $c_{33} = \rho g 2\pi (2r_1^2 + r_2^2) = 5.060 \cdot 10^6$ N/m

Roll: $c_{44} = h_4 gm = 2.3\ m \cdot 9.81\ \frac{m}{s^2} \cdot 24.6 \cdot 10^6\ kg = 5.55 \cdot 10^8$ Nm

Pitch: $c_{55} = h_5\ gm = 2.7\ m \cdot 9.81\ \frac{m}{s^2} \cdot 24.6 \cdot 10^6\ kg = 6.52 \cdot 10^8$ Nm

Metacentrumhöjderna h_4 och h_5 är givna i specifikationen.

På grund av förankringssystemet tillkommer styvheter i surge (c_{11}), sway (c_{22}) och yaw (c_{66}) samt kopplingstermer mellan respektive surge och pitch ($c_{15} = c_{51}$) och sway och roll ($c_{24} = c_{42}$). Förankringen ger också tillskott till styvheterna i heave, roll och pitch.

I kapitel 7 har redovisats* kraft-förskjutningssamband för horisontalförskjutningen och rollvinkeln. Räkna ut tangentstyvheterna med hjälp av dessa tabeller. Förskjut härvid plattformen från sitt jämviktsläge en sträcka motsvarande grundlasterna från vind-, ström- och vågdriftkraft.

Beräkna sedan tangentstyvheten vid detta medelläge t.ex.:

$c_{11} = \Delta F_1/\Delta\eta_1 = (F_1\,(10\ m) - F_1\,(9\ m))/(10\ m - 9\ m)$

Ett "riktvärde" för styvheterna c_{11} och c_{22} är 140 kN/m.

Styvhetsmatrisen får följande utseende

c_{11} = ... N/m
c_{22} = ... N/m
$c_{33} = 5.06 \cdot 10^6$ N/m
$c_{44} = 5.55 \cdot 10^8$ Nm
$c_{55} = 6.52 \cdot 10^8$ Nm
c_{66} = ... Nm
$c_{51} = c_{15}$ = ... N
$c_{24} = c_{42}$ = ... N

$$\begin{bmatrix} c_{11} & & & & c_{15} & \\ & c_{22} & & c_{24} & & \\ & & c_{33} & & & \\ & c_{42} & & c_{44} & & \\ c_{51} & & & & c_{55} & \\ & & & & & c_{66} \end{bmatrix}$$

* Kommer att delas ut i samband med datorlaborationen.

9.3.2 Rörelseekvationerna

För semisubmersiblen med både långskepps- och tvärskeppssymmetri och med ett likaledes dubbelsymmetriskt förankringssystem erhålles sammanfattningsvis följande ekvationssystem

Surge och pitch:

$$\left\{\begin{bmatrix} m_{11} & m_{15} \\ m_{51} & m_{55} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_{11} & a_{15} \\ a_{51} & a_{55} \end{bmatrix}\right\} \begin{bmatrix} \ddot{\eta}_1 \\ \ddot{\eta}_5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{11} & b_{15} \\ b_{51} & b_{55} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\eta}_1 \\ \dot{\eta}_5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c_{11} & c_{15} \\ c_{51} & c_{55} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \eta_1 \\ \eta_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_x \\ M_y \end{bmatrix}$$

Sway och roll

$$\left\{\begin{bmatrix} m_{22} & m_{24} \\ m_{42} & m_{44} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_{22} & a_{24} \\ a_{42} & a_{44} \end{bmatrix}\right\} \begin{bmatrix} \ddot{\eta}_2 \\ \ddot{\eta}_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{22} & b_{24} \\ b_{42} & b_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\eta}_2 \\ \dot{\eta}_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c_{22} & c_{24} \\ c_{42} & c_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \eta_2 \\ \eta_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_y \\ M_x \end{bmatrix}$$

Heave

$$(m_{33} + a_{33})\,\ddot{\eta}_3 + b_{33}\,\dot{\eta}_3 + c_{33}\,\eta_3 = F_z$$

Yaw

$$(m_{66} + a_{66})\,\ddot{\eta}_6 + b_{66}\,\dot{\eta}_6 + c_{66}\,\eta_6 = M_z$$

Vid överslagsberäkningar av t.ex. egenfrekvenser kan kopplingarna i det översta ekvationssystemet försummas ty kopplingen mellan surge och pitch är normalt svag.

9.3.3 Den drivande kraften

Vågorna

I laborationen kommer plattformens rörelser i en enkel sinusvåg att beräknas. Härvid antas att vågorna uppträder på djupt vatten, dvs vattendjupet är större än halva våglängden. Förankringssystemet är beräknat för 200 m vattendjup och största våglängd blir då 400 m vilket svarar mot 16 s period. För problemet kan således ekvation (8.3) för vågpotentialen användas.

$$\phi = \frac{ga}{\omega} e^{kz} \cos(kx - \omega t)$$

Vi antar vidare att vi har förlig sjö
dvs

$$\phi = \frac{ga}{\omega} e^{kz} \cos(kx + \omega t)$$

eller sjö från babord

$$\phi = \frac{ga}{\omega} e^{kz} \cos(ky + \omega t)$$

alla hastigheter, accelerationer och tryck erhålles sedan ur tillämpliga samband (8.8) - (8.13).

Den drivande kraften

För en nedsänkt del av strukturen är den drivande kraften enligt Morisons formel ekvation (6.8)

$$(a+\rho V)\dot{u} + \frac{1}{2} C_D \rho A |u| u$$

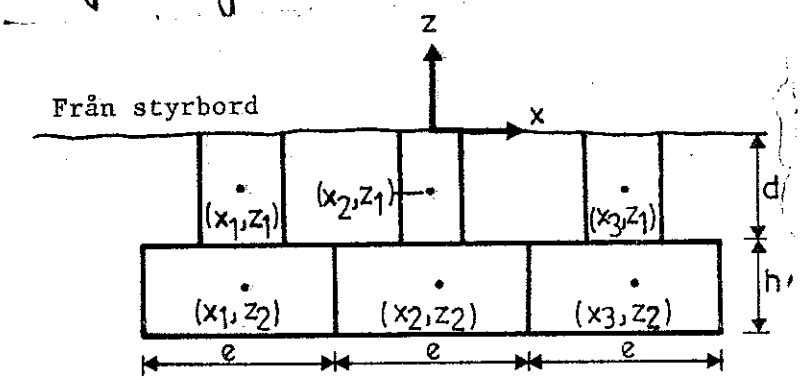
För deplacementsändringen tillkommer en justering av krafterna mot pontonerna p.g.a. polarinfästningarna med

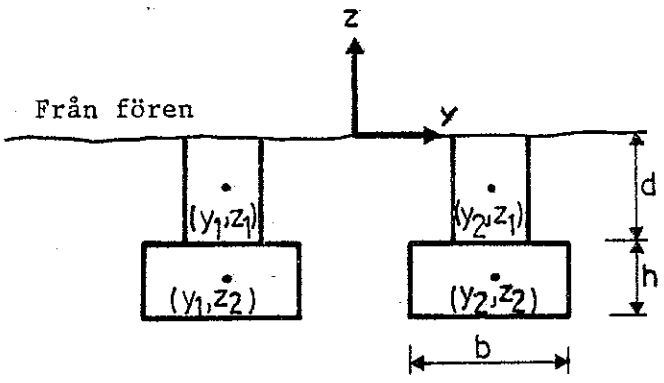
$$\rho g A \eta e^{-kd} = A p(z=-d)$$

där A är polarnes transmissionsarea

Geometri

Gör följande segmentindelning av plattformen:





$x_1 = -27.56$ m

$x_2 = 0$

$x_3 = 27.56$ m

$z_1 = -11.9\text{ m}/2 = 5.95$ m

$z_2 = -15.7$ m

$b = 15.2$ m

$d = 11.9$ m

$e = 78\text{ m}/3 = 26$ m

$h = 7.6$ m

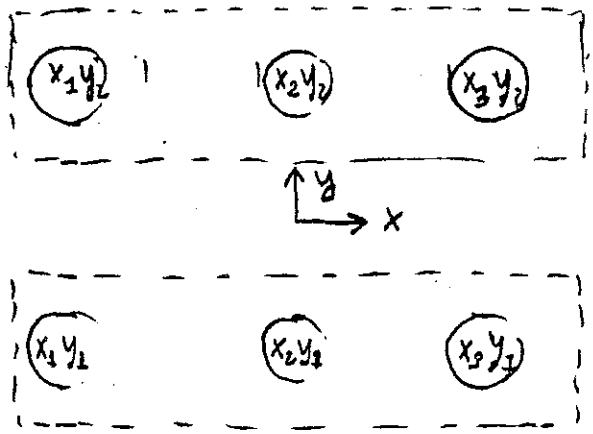
$y_1 = -22.75$ m

$y_2 = 22.75$ m

Radie hörnpelare $r_1 = 5.3$ m

Radie mittpelare $r_2 = 4.85$ m

Uppifrån:



<u>Drivande kraft p.g.a. nivåändringar</u>

$$\begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \\ M_x \\ M_y \\ M_z \end{bmatrix}_\eta = \rho g S_0 \, e^{-k \cdot 11.9 m} \pi \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ r_1^2 & r_2^2 & r_1^2 & r_1^2 & r_2^2 & r_1^2 \\ +y_1 r_1^2 & +y_1 r_2^2 & +y_1 r_1^2 & +y_2 r_1^2 & +y_2 r_2^2 & +y_2 r_1^2 \\ -x_1 r_1^2 & -x_2 r_2^2 & -x_3 r_1^2 & -x_3 r_1^2 & -x_2 r_2^2 & -x_3 r_1^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \eta(x_1;y_1) \\ \eta(x_2;y_1) \\ \eta(x_3;y_1) \\ \eta(x_3;y_2) \\ \eta(x_2;y_2) \\ \eta(x_1;y_2) \end{bmatrix}$$

Observera att $x_1 < 0$ och $y_1 < 0$ och $x_2 = 0$

För följ. sjö är t.ex.

$$\eta(x_1;y_1) = \eta(x_1;y_2) = \frac{1}{g}\left(\frac{\partial \phi}{\partial t}\right)_{z=0} = -a \sin(kx_1 + \omega t)$$

$$\eta(x_2;y_1) = \eta(x_2;y_2) = -a \sin \omega t$$

$$\eta(x_3;y_1) = \eta(x_3;y_2) = -a \sin(kx_2 + \omega t)$$

Vid addition av krafterna för dessa fall kan man också utnyttja att $x_1 = -x_2$.

Drivande kraft på grund av accelerationer i x-led

$$\begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \\ M_x \\ M_y \\ M_z \end{bmatrix}_{\ddot{u}} = \rho \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} & \cdots & d_{1,12} \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ d_{51} & d_{52} & d_{53} & & d_{5,12} \\ d_{61} & d_{62} & d_{63} & & d_{6,12} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{u}(x_1 y_1 z_1) \\ \ddot{u}(x_2 y_1 z_1) \\ \ddot{u}(x_3 y_1 z_1) \\ \ddot{u}(x_3 y_2 z_1) \\ \ddot{u}(x_2 y_2 z_1) \\ \ddot{u}(x_1 y_2 z_1) \\ \ddot{u}(x_1 y_1 z_2) \\ \ddot{u}(x_2 y_1 z_2) \\ \ddot{u}(x_3 y_1 z_2) \\ \ddot{u}(x_3 y_2 z_2) \\ \ddot{u}(x_2 y_2 z_2) \\ \ddot{u}(x_1 y_2 z_2) \end{bmatrix}$$

12 st accelerationer i centrum av varje segment.

$d_{11} = 2\pi r_1^2 \cdot 11.9\,m = d_{13} = d_{14} = d_{16}$

$d_{12} = d_{15} = 2\pi r_2^2 \cdot 11.9\,m$

$d_{17} = d_{19} = d_{1,10} = d_{1,12} = \pi (bh)^{3/2}/3$

$d_{18} = d_{1,11} = 0$

$d_{2i} = 0$

$d_{3i} = 0$

$d_{4i} = 0$

$d_{51} = d_{11} \cdot z_1$; $d_{52} = d_{12} z_1$; $d_{53} = d_{13} z_1$; $d_{54} = d_{14} z_1$; $d_{55} = d_{15} z_1$;

$d_{56} = d_{16} z_1$; $d_{57} = d_{17} z_2 = d_{59} = d_{5,10} = d_{5,12}$; $d_{58} = d_{5,11} = 0$

$d_{61} = -d_{11} y_1 = d_{63}$; $d_{64} = d_{66} = -d_{11} y_2$; $d_{62} = -d_{12} y_1$;

$d_{65} = -d_{15} y_2$

Drivande kraft på grund av hastigheter i x-led

$$\begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \\ M_x \\ M_y \\ M_z \end{bmatrix}_u = 1/2\,\rho \begin{bmatrix} e_{11} & e_{12} & e_{13} & \cdots & e_{1,11} \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ e_{51} & e_{52} & e_{53} & \cdots & e_{5,11} \\ e_{61} & e_{62} & e_{63} & & e_{6,11} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} |u(x_1\, y_1\, z_1)|\, u(\ ) \\ |u(x_2\, y_1\, z_1)|\, u(\ ) \\ |u(x_3\, y_1\, z_1)|\, u(\ ) \\ |u(x_3\, y_2\, z_1)|\, u(\ ) \\ |u(x_2\, y_2\, z_1)|\, u(\ ) \\ |u(x_1\, y_2\, z_1)|\, u(\ ) \\ |u(x_1\, y_1\, z_2)|\, u(\ ) \\ |u(x_2\, y_1\, z_2)|\, u(\ ) \\ |u(x_3\, y_1\, z_2)|\, u(\ ) \\ |u(x_3\, y_2\, z_2)|\, u(\ ) \\ |u(x_2\, y_2\, z_2)|\, u(\ ) \\ |u(x_1\, y_2\, z_2)|\, u(\ ) \end{bmatrix}$$

$e_{11} = e_{13} = e_{14} = e_{16} = 2 r_1 C_{D1} \cdot 11.9\,m$

$e_{12} = e_{15} = 2 r_2 C_{D1} \cdot 11.9\,m$

$e_{17} = e_{19} = e_{1,10} = e_{1,12} = b h C_{D2}$

$e_{18} = e_{1,11} = 0$

$e_{51} = e_{53} = e_{54} = e_{56} = z_1 e_{11}$

$e_{52} = e_{55} = z_1 e_{12}$

$e_{57} = e_{59} = e_{5,10} = e_{5,12} = z_2 e_{17}$

$e_{58} = e_{5,11} = 0$

$e_{61} = e_{63} = -e_{11} y_1$

$e_{64} = e_{66} = -e_{11} y_2$

$e_{62} = -e_{12} y_1$

$e_{65} = -e_{15} y_2$

$C_{D1} = 0.7$

$C_{D2} = 1$

Vi har dessutom att $M_z = 0$ på grund av symmetrin, om vågens utbredningsriktning är i x-led.

Drivande kraft på grund av accelerationen i y-led

$$\begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \\ M_x \\ M_y \\ M_z \end{bmatrix}_v = \rho \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ f_{21} & f_{22} & f_{23} & \cdots & f_{2,12} \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ f_{41} & f_{42} & f_{43} & \cdots & f_{4,12} \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ f_{61} & f_{62} & f_{63} & & f_{6,12} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{v}(x_1\ y_1\ z_1) \\ \dot{v}(x_2\ y_1\ z_1) \\ \dot{v}(x_3\ y_1\ z_1) \\ \dot{v}(x_3\ y_2\ z_1) \\ \dot{v}(x_2\ y_2\ z_1) \\ \dot{v}(x_1\ y_2\ z_1) \\ \dot{v}(x_1\ y_1\ z_2) \\ \dot{v}(x_2\ y_1\ z_2) \\ \dot{v}(x_3\ y_1\ z_2) \\ \dot{v}(x_3\ y_2\ z_2) \\ \dot{v}(x_2\ y_2\ z_2) \\ \dot{v}(x_1\ y_2\ z_2) \end{bmatrix}$$

$f_{21} = f_{23} = f_{24} = f_{26} = d_{11}$

$f_{22} = f_{25} = d_{12}$

$f_{27} = f_{28} = f_{29} = f_{2,10} = f_{2,11} = f_{2,12} = 1.67\ bhe$

$f_{41} = -f_{21} z_1$

$f_{42} = -f_{22} z_1$

$f_{43} = -f_{23} z_1 \quad f_{44} = f_{24} z_1 \quad f_{45} = -f_{25} z_2 \quad f_{46} = -f_{26} z_1$

$f_{47} = -f_{27} z_2 \quad f_{48} = -f_{28} z_2 \quad f_{49} = -f_{29} z_2$

$f_{4,10} = -f_{2,10} z_2 \quad f_{4,11} = -f_{2,11} z_2 \quad f_{4,12} = -f_{2,12} z_2$

$f_{61} = f_{21} x_1 \quad f_{62} = f_{22} x_2 \quad f_{63} = f_{23} x_3$

$f_{64} = f_{24} x_3 \quad f_{65} = f_{25} x_2 \quad f_{66} = f_{26} x_1$

$f_{67} = f_{27} x_1 \quad f_{68} = f_{28} x_2 \quad f_{69} = f_{29} x_3$

$f_{6,10} = f_{2,10} \cdot x_3 \quad f_{6,11} = f_{2,11} x_2 \quad f_{6,12} = f_{2,12} x_1$

b, h och e se mått i figurerna.

Drivande kraft påverkad av hastigheten i y-led

$$\begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \\ M_x \\ M_y \\ M_z \end{bmatrix}_{\dot{v}} = 1/2\,\rho \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ g_{21} & g_{22} & g_{23} & \cdots & g_{2,12} \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ g_{41} & g_{42} & g_{43} & \cdots & g_{4,12} \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ g_{61} & g_{62} & g_{63} & \cdots & g_{6,12} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v(x_1\ y_1\ z_1) & v(\ ) \\ v(x_2\ y_1\ z_1) & v(\ ) \\ v(x_3\ y_1\ z_1) & v(\ ) \\ v(x_3\ y_2\ z_1) & v(\ ) \\ v(x_2\ y_2\ z_1) & v(\ ) \\ v(x_1\ y_2\ z_1) & v(\ ) \\ v(x_1\ y_1\ z_2) & v(\ ) \\ v(x_2\ y_1\ z_2) & v(\ ) \\ v(x_3\ y_1\ z_2) & v(\ ) \\ v(x_3\ y_2\ z_2) & v(\ ) \\ v(x_2\ y_2\ z_2) & v(\ ) \\ v(x_1\ y_2\ z_2) & v(\ ) \end{bmatrix}$$

$g_{21} = g_{23} = g_{24} = g_{26} = e_{11}$

$g_{22} = g_{25} = e_{12}$

$g_{27} = g_{28} = g_{29} = g_{2,10} = g_{2,11} = g_{2,12} = C_{D3}\,eh$

$g_{41} = g_{43} = g_{44} = g_{46} = -g_{21} z_1$

$g_{42} = g_{45} = -g_{22} z_1$

$g_{47} = g_{48} = g_{49} = g_{4,10} = g_{4,11} = g_{4,12} = -z_2\, g_{27}$

$g_{61} = g_{21} x_1 \quad g_{62} = g_{22} x_2 \quad g_{63} = g_{23} x_3$

$g_{64} = g_{24} x_3 \quad g_{65} = g_{25} x_2 \quad g_{66} = g_{26} x_1$

$g_{67} = g_{27} x_1 \quad g_{68} = g_{28} x_2 \quad g_{69} = g_{29} x_3$

$g_{6,10} = g_{2,10} x_3 \quad g_{6,11} = g_{2,11} x_2 \quad g_{6,12} = g_{2,12} x_1$

$C_{D3} = 2$ e och h se mitt i figurerna.

Vi vet att också här skall $M_z = 0$ för en våg som utbreder sig i y-led.

Drivande kraft på grund av accelerationen i z-led

$$\begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \\ M_x \\ M_y \\ M_z \end{bmatrix}_{\dot{w}} = \rho \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ h_{31} & h_{32} & h_{33} & \cdots & h_{3,12} \\ h_{41} & h_{42} & h_{43} & \cdots & h_{4,12} \\ h_{51} & h_{52} & h_{53} & \cdots & h_{4,12} \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{w}(x_1 y_1 z_1) \\ \dot{w}(x_2 y_1 z_1) \\ \dot{w}(x_3 y_1 z_1) \\ \dot{w}(x_3 y_2 z_1) \\ \dot{w}(x_2 y_2 z_1) \\ \dot{w}(x_1 y_2 z_1) \\ \dot{w}(x_1 y_1 z_2) \\ \dot{w}(x_2 y_1 z_2) \\ \dot{w}(x_3 y_1 z_2) \\ \dot{w}(x_3 y_2 z_2) \\ \dot{w}(x_2 y_2 z_2) \\ \dot{w}(x_1 y_2 z_2) \end{bmatrix}$$

$$h_{31} = h_{32} = h_{33} = h_{34} = h_{35} = h_{36} = 0$$
$$h_{41} = h_{42} = h_{43} = h_{44} = h_{45} = h_{46} = 0$$
$$h_{51} = h_{52} = h_{53} = h_{54} = h_{55} = h_{56} = 0$$
$$h_{57} = h_{38} = h_{39} = h_{3,10} = h_{3,11} = h_{3,12} = 3.15\ bhe$$

$$h_{47} = h_{37} y_1 = h_{48} = h_{49}$$
$$h_{4,10} = h_{4,11} = h_{4,12} = h_{37} y_2$$
$$h_{57} = -x_1 h_{37} = h_{5,12}$$
$$h_{59} = h_{5,10} = -x_2 h_{37}$$
$$h_{58} = h_{5,11} = -x_2 h_{37}$$

Drivande kraft på grund av hastigheten i z-led

$$\begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \\ M_x \\ M_y \\ M_z \end{bmatrix}_w = 1/2\,\rho \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ l_{31} & l_{32} & l_{33} & \dots & l_{3,12} \\ l_{41} & l_{42} & l_{43} & \dots & l_{4,12} \\ l_{51} & l_{52} & l_{53} & \dots & l_{5,12} \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w(x_1, y_1, z_1) & w(\ ) \\ w(x_2\, y_1\, z_1) & w(\ ) \\ w(x_3\, y_1\, z_1) & w(\ ) \\ w(x_3\ y_2\, z_1) & w(\ ) \\ w(x_2\ y_2\, z_1) & w(\ ) \\ w(x_1\ y_2\, z_1) & w(\ ) \\ w(x_1\ y_1\, z_2) & w(\ ) \\ w(x_2\ y_1\, z_2) & w(\ ) \\ w(x_3\ y_1\, z_2) & w(\ ) \\ w(x_3\ y_2\, z_2) & w(\ ) \\ w(x_2\ y_2\, z_2) & w(\ ) \\ w(x_1\ y_2\, z_2) & w(\ ) \end{bmatrix}$$

$$l_{31} = l_{32} = l_{33} = l_{34} = l_{35} = l_{36} = 0$$
$$l_{41} = l_{42} = l_{43} = l_{44} = l_{45} = l_{46} = 0$$
$$l_{51} = l_{52} = l_{53} = l_{54} = l_{55} = l_{56} = 0$$
$$l_{37} = l_{38} = l_{39} = l_{3,10} = l_{3,11} = l_{3,12} = C_{D4} \cdot b\,e$$

$$l_{47} = l_{48} = l_{49} = l_{37}\, y_1$$
$$l_{4,10} = l_{4,11} = l_{4,12} = l_{37}\, y_2$$
$$l_{57} = l_{5,12} = -x_1\, l_{37}$$
$$l_{59} = l_{5,10} = -x_3\, l_{37}$$
$$l_{58} = l_{5,11} = -x_2\, l_{37}$$

10. DATORPROGRAM AV MORISONTYP

De flesta dokumenterade program för beräkning av krafter mot och rörelser hos i första hand flytande konstruktioner kan schematiskt delas in i några huvudgrupper:

- "Morison-program", som grundar sig på Morisons formel vid beräkning av belastning på strukturens element. Koefficienterna i svängningsekvationen beräknas antingen i subrutiner eller ges som input. Oftast tillämpat på långa och smala element.
- Stripprogram, som bygger på stripmetoden för beräkning av den drivande kraften och koefficienterna i svängningsekvationen. Tillämpas främst på skepp och andra långsträckta föremål i vattenytan.
- Hybridelementprogram, som bygger på tredimensionella element intill kroppen och utveckling i ortogonala funktioner utanför detta område. Metoden tillämpas främst på stora flytande eller nedsänkta konstruktioner.
- Greensfunktionsprogram som bygger på tredimensionella källor på kroppens yta och Greens funktion. Tillämpas främst på stora flytande eller nedsänkta föremål.
- Kombinerade program, som utnyttjar den enklast tillämpliga metoden på resp. byggnadsdel. T.ex. Morisons metod på pelarna i en semisub kombinerat med Greensfunktionsmetod på andra skrovdelar.

Hybridelementprogrammen och 3-D greensfunktionsprogrammen benämnes ofta diffraktionsprogram. Man bör emellertid notera att även stripprogrammen och ofta också uppskattningen av masskoefficienterna i Morisons formel bygger på diffraktionsberäkningar och potentialteori. Den grundläggande skillnaden är att greensfunktionsprogrammen och hybridelementprogrammen är tredimensionella, medan stripprogrammen bygger på tvådimensionell strömning, och Morisonelementen endast beräknas för translationsrörelser.

Nedan redovisas några olika program som i princip bygger på metoder liknande Morisons formel. Andra typer av program är redovisade i den kompletta inventeringen (Bergdahl, Olsson 1981).

10.1 Morisonprogram

NV 426

Den vanligaste typen av Morisonprogram är utvecklade för att beräkna fasta fackverkstorn jack-ups och pålgrupper. Ett exempel på detta är Det norske Veritas (1978) program NV 426.

Programmet kan ta hänsyn till en godtycklig strömprofil genom att addera denna vektoriellt till vattenhastigheterna orsakade av vågorna. Sinusvågor eller 5:e ordningens vågteori enligt Stokes kan användas.

Programmet kan köras både i tidsplanet och frekvensplanet. I frekvensplanet linjariseras släpkrafterna.

Alla belastningar och geometrin kan överföras till ramberäkningsprogrammet SESAM-69 via tape eller hålkort.

Exxon

Exxon har utvecklat ett starkt förenklat program för beräkning av vågbelastning på fasta konstruktioner såsom fackverkstorn, jack-ups och pelare. Konstruktionen antas inte ha någon utsträckning i vågutbredningsriktningen. Den totala fasta volymen och den i vågutbredningsriktningen projicerade arean används i tröghets- resp. dragtermen i Morisons formel. Totalkraften ansätts sedan såsom $(F_D+F_I)^{1/2} = F_{tot}$. F_{tot} taylorutvecklas. Hela kraften antas angripa i vattenytans plan.

Strukturen och undergrunden antas vidare vara linjärt elastiska och normalmodresponsen beräknas för spänningar och förskjutningar. (Wirsching et Prasthofer, 1976).

NV 419

En typ av program används enbart för att beräkna hydrodynamisk massa och dämpkoefficienter för strukturdelar såsom pelare och balkar för att kunna använda dessa koefficienter som input i program för rörelseberäkningen. Ett exempel på sådana program är Det norske Veritas' NV 419, som beräknar hydrodynamisk massa och dämpkoefficienter i två dimensioner för pelare och balkar. (Faltinsen, 1969). Dylika program ingår som en integrerad del av några stora programsystem och används då för sådana element, där koefficienter inte kan fås ur litteraturen eller frekvensberoendet är stort för att de ligger nära eller i vattenytan.

WAVLOA

Ett annat exempel är WAVLOA från University of Glasgow (1980) som beräknar vågkrafter och -moment på cirkulär-cylindriska element i fasta och flytande offshorestruktioner med tvådimensionell diffraktionsteori. Programmets resultat är en tredimensionell lastfördelning i form av knutlaster.

PLATDYN

Atkins Franlab Marine Ltd har ett tidsintegrationsprogram som beräknar laster med Morisons formel för den del av konstruktionen som är under vattenytan i varje tidssteg. Strålningsdämpning kan tas med om koefficient ges i input. Alla slags förtöjningskablar kan tas med i beräkningarna. Förloppet av rörelserna och spänningarna i kablarna beräknas successivt och behandlas även statistiskt.

Programmet bör kalibreras mot modellförsök eller andra program. Det kan tillämpas på semisubmersibles, pråmar, catamaraner och vanliga skepp (efter kalibrering n.b.).

Stevens Institute (Mercier, 1970)

Mercier har utfört tvådimensionella modellförsök med dels påtvingad svängning, dels fasthållen kropp i vågor. Erhållna koefficienter för skrovdelar har sedan använts för att beräkna rörelsen hos en hel flytande konstruktion i regelbundna vågor. Dessa beräkningar har också jämförts med modellförsök på hela kroppen fritt flytande. Amplituderna blev väl beräknade men fasförskjutningen stämde dåligt. Exemplifierat på en trimaran.

Mitsubishi Heavy Industries

Mitsubishi har ett liknande Morisonprogram för semisubmersibles med tre eller fyra lika ben med fötter. Hydrodynamisk massa och dämpning har erhållits för delarna ur modellförsök. Rörelseekvationen uppställd i tre frihetsgrader: surge, heave, pitch. Inga driftkrafter, inga förankringar. (Fujii et Takahashi,1970)

Frederic R. Harris Inc.

Harris Inc. (Bomze, 1974) har utvecklat ett tidsintegrationsprogram, i vilket ett rektangulärt flytande block indelas i delblock och var och en tilldeles en "korrekt" koefficient för hydrodynamisk massa och dämpning (enligt beskrivningen gäller detta även volymer som inte når ut till skrovsidorna eller bottnen). Tidsintegrationen görs med Newmarks β-metod.

Krafterna i upp till 30 icke-linjära linor eller fendrar kan inkluderas i beräkningen. Rörelser, accelerationer och krafter i sex frihetsgrader beräknas för vågor ur godtycklig riktning och för tornado, vind- och strömkrafter.

MOSAS (1974)

Koninglijke Shell Nederländernas MOSAS är ett program för främst förankrade semisubmersibles. Koefficienter för hydrodynamisk massa och diffraktionskrafter tas ur litteraturen. Både viskös dämpning och strålningsdämpning försummas för elementen, men sätts in i dämpmatrisen för hela strukturen med schablonvärden.

För vind, ström och andra konstanta laster beräknas förankringssystemet olinjärt. Hydrostatisk jämvikt och belastning bestäms. Vid beräkning av våglaster och rörelser i 6 frihetsgrader lineariseras förankringskrafterna kring medelläget.

I direkt anslutning till den hydrodynamiska beräkningen kan en strukturanalys göras med ett ramberäkningsprogram (Strudl). Detta ramprogram är cirka 50 ggr dyrare att köra än det hydrodynamiska programmet, och körs först sedan semisubmersiblens geometri bestämts.

Jämförelser med modellförsök har givit bra överensstämmelse (Van Opstal m.fl. 1974).

UCLTBP, UCLRIG

University College of London Centre for Marine Technology har nyligen utvecklat två program för beräkning av rörelserna hos dels en tensioned buoyant platform (TBP), dels en semisub borrigg. Båda programmen bygger på Morisons metod och linjariserad släpkrafts-term. Programmen kräver relevanta tröghets- och släpkrafts-koefficienter som input.

Rörelser och vågkrafter beräknas i 6 frihetsgrader för olika vattendjup, våghöjd, vågperiod och vågriktning. UCLTBP innehåller stödreaktioner medan UCLRIG kräver extra input för förankrings-krafter. (Science Research Council, 1980).

FLUID 4A

Våglaster, rörelser, lastfördelning och strukturanalys för en semi-submersible med två cirkulära skrov och många pelare utvecklat vid University of Glasgow (Science Research Council, 1980). Programmet väljer tröghets plus släpkraftsterm eller diffraktionskoefficient beroende på förhållandet diameter/våglängd. Icke-linjärt randvillkor för den fria vattenytan.
Tre frihetsgrader: heave, pitch, roll.
Beräknade laster appliceras i ett ramprogram FRAN.

Preliminary Motion Design

Vid University of Glasgow (Science Research Council, 1980) har ut-vecklats en serie program för preliminär dimensionering som bygger på Morisons formel. Masskoefficienter beräknas av programmet självt ur diffraktionsteori. Släpkraftskoefficienter och dämpkvoter måste ges som input för varje frihetsgrad. Sex frihetsgrader i två fri-kopplade ekvationssystem om vardera tre frihetsgrader).

Följande programvarianter finns

1) Semisub med cirkulära kassunfötter mer än tre ben
2) Semisub med två rektangulära skrov med högst 5 pelare
3) Dito med cirkulära skrov
4) Sparbuoy

ASAS

Atkins Franlab Marine Ltd har en fullständig programsvit för analys av fasta och flytande fackverkskonstruktioner som bygger på Morisons formel

ASASMASS beräknar hydrodynamisk massa för strukturen
ASASWAVE beräknar vind-, ström- och våglaster på rörelement med Stokes 5:e ordningens vågteori och Morisons ekv.
ASASFEM spänningsanalys
ASASDYNAMICS naturliga frekvenser och moder
Input: massa alt styvheter samt resultat från ASASMASS
ASASRESPONS Responsanalys och transferfunktioner för förskjutningar och spänningar
JACKAS jämförelser av beräkningar mot normer: API, AISC, DnV, Dep. of Energy
FATJACK Spektralanalys för utmattningsberäkningar, årliga sannolikheter m.m. Input H_s,T_z riktningsspridning, scatterdiagram och spektrum PM eller Jonswap
ASASFLOAT flytstabilitet vid fyllning av rördelar
ASASLAUNCH dynamisk sjösättningsanalys
ASBAND Reducerar bandbredd hos ekvationssystem

SEACON

Aker Engineering har några olika program som bygger på Morison-teknik, men specialiseras för olika tillämpningar. Dels beräknas linjariserad respons, dels kan krafterna beräknas momentant för ett visst läge och acceleration i en bestämd våg.
Olika programnamn är SEASPECTRA, SEARESPONS och SEARISER (Rindby och Sörman, 1980).

Exxon Prod.Res.Co

Stanton et Kuang (1974, 1975) har utvecklat ett program för semi-submersibles där först hydrodynamisk massa och dämpning beräknas för skrovdelarna med 2-D sink-source teknik, och den viskösa dämpningen lineariseras. Rörelseekvationen tillämpas sedan för små vågor och hydrodynamisk verkan mellan skrovdelarna försummas.

Programmet beräknar rörelser i sex frihetsgrader samt spänningar med snittmetoden eller FEM-metoden. Responsfunktioner utnyttjas med linjär superponering. Stabilitet för skadade eller hårt lastade konstruktioner kan undersökas.

CONVIB

SINTEF (Bell m.fl. 1975) har utvecklat ett linjärt program för dynamiken hos bottenfasta gravitationsplattformar.

Sinusvågor används. Vågbelastningarna på tornen och andra delar beräknas med hänsyn endast till tröghetstermen i Morisons formel. Masskoefficienten i denna kan anges i input eller för grövre cirkulära pelare beräknas ur Mc Camy and Fuchs samband för en stående vertikal cylinder. Våglasterna på bottenkassunen beräknas ur semiempiriska samband. (Hafskjold m.fl. 1973).

Undergrunden och strukturen approximeras med fjädrar och endast rörelser i ett plan beräknas dvs i varje nod finns tre frihetsgrader. Dämpning kan anges som extern dämpning för vilken nod och frihetsgrad som helst eller som dämpning proportionell mot mass och/eller styvhetsmatrisen.

Programmet beräknar

a) egenfrekvenser och noder
b) responsen på harmoniska belastningar med hänsyn till dynamisk förstärkning
c) korttidsspektra för responsen för olika vågspektrum och varaktighet hos sjötillstånden

Fem olika vågspektra kan användas i 2 olika versioner av P-M spektrum, JONSWAP, Darbyshire-Scott (Wiegel) eller ett allmänt numerisk definierat spektrum.

DYNOGS

Programmet DYNOGS (Bell, 1978) tycks vara en vidareutveckling av programmet CONVIB. Den viktigaste skillnaden är att strukturen beräknas för sex frihetsgrader i varje nod.

Beträffande dämpningen kan programmet beräkna en ekvivalent dämpkraft som $C_D \; 8/\pi \; \sigma_u \; U$ där U är vattenhastigheten och σ_u standard-

avvikelsen för denna.

För att kunna beräkna dynamiska förstärkningsfaktorer kan statisk respons också beräknas.

Fortfarande används plana vågor utan riktningsspridning, men dessa kan anges för godtycklig riktning. Masskoefficienten i Morisons formel och krafterna på bottenkassunen behandlas på samma sätt som i CONVIB.

FASTRUDL, Offshore Structures

Programmet FASTRUDL Offshore Structures (CTICM, 1980) är ett ramberäkningsprogram för fasta konstruktioner i havet. Laster på varje element från vind, ström och vågor beräknas automatiskt med hjälp av Morisons formel för valfria vågor, i godtycklig riktning. Vågor enligt Skjelbreia, solitära vågor, knoidala vågor och sinusvågor kan användas. Beträffande strömprofilen kan konstant ström, linjär eller parabolisk profil väljas. Vinden antas konstant och en släpkraftskoefficient anges för hela överbyggnaden. Ökad diameter på grund av beväxning kan anges för olika djup. Luftfyllda eller öppna element definieras i indata.

Om konstruktionen är grundlagd på pålar kan samverkan med undergrunden beräknas.

Spänningarna i konstruktionen kollas mot AISC och API normer. Utmattning beräknas. Alla beräkningar är statiska. Dynamiska förstärkningsfaktorer måste ges eller beräknas med andra program.

REFERENSER

Atkins Franlab Marine Programme Directory (1980?)

Bell,K., Sigbjörnsson,R., Smith,E.K.(1975): CONVIB-A Computer Program for Dynamic Analysis of Gravity Type Off Shore Platforms (and arbitrary frame structures) User´s manual - SINTEF, STF71, A75042, Trondheim

Bell,K. (1978): DYNOGS-A Computer Program for Dynamic Analysis of Off Shore Gravity Platforms. Theoretical manual. SINTEF STF71, A78009, Trondheim 1978

Bergdahl, L. (1979): Beräkning av Vågkrafter. Undervisnings-skrift nr 1979:07, Inst.f.vattenbyggnad CTH

Bergdahl, L., Olsson, G.: Konstruktioner i havet. Vågkrafter-Rörelser. En inventering av datorprogram. Inst.f.vattenbyggnad, CTH. Rapport Serie B:25, 1981

Bomze, H. (1974): Analytical Determination of Ship and Mooring Forces. Offshore Technology Conference, 6th Annual, Paper 2072, p.429-443

CTICM (1980): FASTRUDL, Offshore Structures, June 1980, Reference: SI 10.80, CTICM, Puteaux

Cederwall, Klas (1968): Vågor, Inst.f.vattenbyggnad, CTH, Intern skrift nr 10, 1968

Cederwall, Klas, och Larsen, Peter (1976): Hydraulik för väg- och vattenbyggare, Liber Läromedel, Lund

Det norske Veritas (1978): Environmental Loading on Marine Structures. An Integrated computer program system with automatic transfer of load data to the structural analysis program system SESAM 69. Folder DnV Feb.1978

Faltinsen, O. (1969): A Study of the Two-Dimensional Added-Mass and Damping Coefficient by the Frank Close-Fit Method. Det Norske Veritas, Oslo, DnV Rep. No. 69-10-S

Faltinsen, O.M., Michelsen, F.C. (1975): Motions of Large Structures in Waves at Zero Froude Numbers DnV Publ. No. 90

Fujii, H., Takahashi, T. (1970): Estimation of Hydrodynamical Forces Acting on a Marine Structure. Mitsubishi Heavy Industries Technical Revue, May 1970

Fylling, I.J. (1979): Analysis of Towline Forces in Ocean Towing Systems. Dr.ing.Thesis UR-79-05. The Norwegian Institute of Technology, Div. of Marine Structures, Trondheim

Garrison, C.J. (1974): Hydrodynamics of Large Objects in the Sea 1: Hydrodynamic Analysis, Journal of Hydro-nautics, Vol. 8, No. 1

Garrison, C.J. (1975): Hydrodynamics of Large Objects in the Sea 2. Motion of Free-Floating Bodies, Journal of Hydronautics Vol. 9, No.2

Garrison, C.J., Snider, R.H. (1970): Wave Forces on Large Submerged Tanks, COE Report No. 117, Texas A & M University

Hafskjold, P.S., Tørum, A., Eie, J. (1973): Submerged Offshore Concrete Tanks, Proc. XIII International Navigation Congress of PIANC, Canada, July 1973

Hogben, N. (1979): The Behaviour of Stationary Objects - Theory and Experiments. International Symposium on Advances in Maritime Technology, Vol. 1, pp.305-333, NTH, Trondheim

Hosøy, Ø, Marthinsen, A. (1980): Prinsippløsninger, problemstillinger og generelt om hovedkomponenter i et forankringssystem. Gruppen för vågenergiforskning: Förankringsseminarium i Göteborg 12-14 maj, Rapport GR33.

Jain, R.K. (1980): A Simple Method of Calculating the Equivalent Stiffnesses in Mooring Cables. Applied Ocean Research, 1980, Vol.2, No, 3, p.139-142

Johansson, P.I. (1976): A Finite Element Model for Dynamic Analysis of Mooring Cables. Ph.D.Thesis, Massachussetts Institute of Technology

Korvin-Kroukovsky, B.V. (1961): Theory of Seakeeping. The Society of Naval Architects and Marine Engineers, New York

Lewis, F.M. (1929): The Inertia of the Water Surrounding a Vibrating Ship. SNAME Vol.37, p.1-20

Lindahl, Jan, (1980): Differentialekvationer för en svängande kabel. Inst.f.vattenbyggnad, CTH, Report Series B:24.

Lundgren,H., Mathiesen,B., Gravesen,H., 1979:Wave Loads on Pipelines on the Seafloor. Boss 1976, Trondheim

Løken, A.E., Olsen, O.A. (1976): Diffraction Theory and Statistical Methods to Predict Wave Induced Motions and Loads for Large Structures. Det norske Veritas Publ.No. 98

MacCamy, R.C., Fuchs, R,A, (1954): Wave Forces on Piles: A Diffraction Theory. U.S.Army Corps of Engineers, Beach Erosion Board, Techn.Mem. No. 69, Washington

Mercier, J.A. (1970): A Method for Computing Float-Platform Motions in Waves. Journal of Hydronautics, Vol.4, No.3, pp 98-104

Morison, J.R., O'Brien, M.P., Johnsson J,W,. Shaaf, S.A. (1950): The Force Excerted by Surface Waves on Piles, Petroleum Transactions, AIME, Vol.189, TP2846

Myers, Holm, McAllister (1969):
Handbook of Ocean and Underwater Engineering, McGraw Hill

Nagai, S. (1973): Wave Forces on Structures, Advances in Hydroscience, Vol.9, New York, Academic Press

Namork, J. (1980): Nåvaerende og fremtidige analysmetoder av forankringsproblemer. Förankringsseminarium i Göteborg 12-14 maj. Gruppen för vågenergiforskning. Rapport GR33.

Oljedirektoratet (1977): Tentative Rules for the Design of Off-Shore Structures, Stavanger

van Opstal, Hans D., Salomons, van der Vlies (1974): MOSAS: A Motion and Strength Analysis System for Semisubmersible Units and Floating Structures. Offshore Technology Conf. 6th Annual Houston May 6-8, Vol.2, Paper 2105, p 721-738

Reinius, E. (1973): Hamnar och farleder. Vattenbyggnad KTH Kompendium

Rindby, T., Sörman, L-O., Wahlstrand (1979): Rapport från besök i Oslo 1979-12-07. Reserapport RR:20, Gruppen för vågenergiforskning CTH

Salvesen, N., Tuck, E.O., Faltinsen, O. (1971): Ship Motions and Sea Loads. Det norske Veritas, Publ. No. 75

Sarpkaya, T. (1976): Vortex Shedding and Resistance in Harmonic Flow about Smooth and Rough Circular Cylinders at High Reynolds Numbers. Report of Naval Postgraduate School, Monterey, NPS 59, SL76021

Science Research Council (1980): Computer Programs Presented at Europec 1980 at Olympia, London

Stanton, P,N., Kuang, J.G. (1975): Evaluation of Semisubmersible Drilling Vessels, Journal of Petroleum Technology, Vol.27, April 1975, pp 422-426

Tanaka, N. (1960): A Study of the Bilge Keels. Part.4, On the Eddy-Making Resistance to the Rolling of a Ship Hall, Japan Society of Naval Architects, Vol.109

University College of London (1980): Se: Science Research Council

University of Glasgow (1980): Se: Science Research Council

Vugts J.H. (1968): The Hydrodynamics Coefficients for Swaying, Heaving and Rolling Cylinders in a Free Surface. Laboratorium vor Scheepsbouwkunde, Technische Hogeschool, Delft, Rep.194

Wiegel, R.L. (1964): Oceanographical Engineering, Prentice Hall

Wirsching, P., Prasthofer, P. (1976): Preliminary Dynamic Assessment of Deepwater Platforms. ASCE Journal of Struct.Div. Vol.102, No. 7, p.1447-1462

Yamamoto, Nath, Slotta (1974): Wave Forces on Cylinders Near a Plane Boundary. ASCE WW4.

Zarnick, E.E., Casarella, M,J, (1972): The Dynamics of a Ship Moored by a Multilegged Cable System in Waves. 8th Annual Conference and Exposition, Marine Technology Society, Sep.11-13, 1972, Washington DC

BILAGA, TABELL 1

X	SINH X	COSH X	TANH X	X*TANH X	R/h (x=kh)
.02	.0200	1.0002	.0200	.0004	.5000
.04	.0400	1.0008	.0400	.0016	.5001
.06	.0600	1.0018	.0599	.0036	.5001
.08	.0801	1.0032	.0798	.0064	.5003
.10	.1002	1.0050	.0997	.0100	.5004
.12	.1203	1.0072	.1194	.0143	.5006
.14	.1405	1.0098	.1391	.0195	.5008
.16	.1607	1.0128	.1586	.0254	.5011
.18	.1810	1.0162	.1781	.0321	.5013
.20	.2013	1.0201	.1974	.0395	.5017
.22	.2218	1.0243	.2165	.0476	.5020
.24	.2423	1.0289	.2355	.0565	.5024
.26	.2629	1.0340	.2543	.0661	.5028
.28	.2837	1.0395	.2729	.0764	.5032
.30	.3045	1.0453	.2913	.0874	.5037
.32	.3255	1.0516	.3095	.0990	.5042
.34	.3466	1.0584	.3275	.1113	.5048
.36	.3678	1.0655	.3452	.1243	.5053
.38	.3892	1.0731	.3627	.1378	.5059
.40	.4108	1.0811	.3799	.1520	.5066
.42	.4325	1.0895	.3969	.1667	.5072
.44	.4543	1.0984	.4136	.1820	.5079
.46	.4764	1.1077	.4301	.1978	.5086
.48	.4986	1.1174	.4462	.2142	.5094
.50	.5211	1.1276	.4621	.2311	.5102
.52	.5438	1.1383	.4777	.2484	.5110
.54	.5666	1.1494	.4930	.2662	.5118
.56	.5897	1.1609	.5080	.2845	.5127
.58	.6131	1.1730	.5227	.3031	.5136
.60	.6367	1.1855	.5370	.3222	.5145
.62	.6605	1.1984	.5511	.3417	.5154
.64	.6846	1.2119	.5649	.3615	.5164
.66	.7090	1.2258	.5784	.3817	.5174
.68	.7336	1.2402	.5915	.4022	.5184
.70	.7586	1.2552	.6044	.4231	.5195
.72	.7838	1.2706	.6169	.4442	.5205
.74	.8094	1.2865	.6291	.4656	.5216
.76	.8353	1.3030	.6411	.4872	.5228
.78	.8615	1.3199	.6527	.5091	.5239
.80	.8881	1.3374	.6640	.5312	.5251
.82	.9150	1.3555	.6751	.5536	.5263
.84	.9423	1.3740	.6858	.5761	.5275
.86	.9700	1.3932	.6963	.5988	.5287
.88	.9981	1.4128	.7064	.6216	.5299
.90	1.0265	1.4331	.7163	.6447	.5312
.92	1.0554	1.4539	.7259	.6678	.5325
.94	1.0847	1.4753	.7352	.6911	.5338
.96	1.1144	1.4973	.7443	.7145	.5352
.98	1.1446	1.5199	.7531	.7380	.5365
1.00	1.1752	1.5431	.7616	.7616	.5379

forts.

BILAGA (forts)

X	SINH X	COSH X	TANH X	X*TANH X	R/h (x=kh)
.2	.201	1.020	.197	.039	.502
.4	.411	1.081	.380	.152	.507
.6	.637	1.185	.537	.322	.514
.8	.888	1.337	.664	.531	.525
1.0	1.175	1.543	.762	.762	.538
1.2	1.509	1.811	.834	1.000	.552
1.4	1.904	2.151	.885	1.239	.568
1.6	2.376	2.577	.922	1.475	.585
1.8	2.942	3.107	.947	1.704	.602
2.0	3.627	3.762	.964	1.928	.619
2.2	4.457	4.568	.976	2.147	.636
2.4	5.466	5.557	.984	2.361	.653
2.6	6.695	6.769	.989	2.571	.669
2.8	8.192	8.253	.993	2.779	.684
3.0	10.018	10.068	.995	2.985	.698
3.2	12.246	12.287	.997	3.189	.712
3.4	14.965	14.999	.998	3.392	.725
3.6	18.285	18.313	.999	3.595	.737
3.8	22.339	22.362	.999	3.796	.748
4.0	27.290	27.308	.999	3.997	.759
4.2	33.336	33.351	1.000	4.198	.769
4.4	40.719	40.732	1.000	4.399	.778
4.6	49.737	49.747	1.000	4.599	.787
4.8	60.751	60.759	1.000	4.799	.795
5.0	74.203	74.210	1.000	5.000	.803
5.2	90.633	90.639	1.000	5.200	.810
5.4	110.701	110.705	1.000	5.400	.816
5.6	135.211	135.215	1.000	5.600	.823
5.8	165.148	165.151	1.000	5.800	.829
6.0	201.713	201.716	1.000	6.000	.834
6.2	246.373	246.375	1.000	6.200	.839
6.4	300.922	300.923	1.000	6.400	.844
6.6	367.547	367.548	1.000	6.600	.849
6.8	448.923	448.924	1.000	6.800	.853
7.0	548.316	548.317	1.000	7.000	.857
7.2	669.715	669.715	1.000	7.200	.861
7.4	817.992	817.992	1.000	7.400	.865
7.6	999.097	999.098	1.000	7.600	.869
7.8	1220.300	1220.301	1.000	7.800	.872
8.0	1490.478	1490.478	1.000	8.000	.875
8.2	1820.474	1820.474	1.000	8.200	.878
8.4	2223.532	2223.532	1.000	8.400	.881
8.6	2715.828	2715.828	1.000	8.600	.884
8.8	3317.119	3317.120	1.000	8.800	.886
9.0	4051.539	4051.539	1.000	9.000	.889
9.2	4948.560	4948.560	1.000	9.200	.891
9.4	6044.184	6044.185	1.000	9.400	.894
9.6	7382.383	7382.383	1.000	9.600	.896
9.8	9016.862	9016.862	1.000	9.800	.898
10.0	11013.220	11013.220	1.000	10.000	.900