



Analytisk beräkningsmodell för tvångsprickor hos kombinationsarmerade konstruktionselement

Downloaded from: <https://research.chalmers.se>, 2025-05-17 09:24 UTC

Citation for the original published paper (version of record):

Gil Berrocal, C., Löfgren, I. (2018). Analytisk beräkningsmodell för tvångsprickor hos kombinationsarmerade konstruktionselement. *Bygg och teknik*, 2018(7): 30-33

N.B. When citing this work, cite the original published paper.

Analytisk beräkningsmodell för tvångsprickor hos kombinationsarmerade konstruktionselement



Figur 1: Exempel på oacceptabel sprickbildning.

Kombinationsarmering kan vara en effektiv lösning för att begränsa sprickbildning orsakad av tvångskrafter och samtidig minska arbetsinsatsen som armeringen medför. Befintliga modeller som beaktar sprickor orsakade av tvångskrafter saknas dock för kombinationsarmerade betongelement. I ett nyligen avslutat SBUF-projekt som har genomförts på Thomas Concrete Group i samarbete med Chalmers tekniska högskola har en befintlig analytisk beräkningsmodell för tvångsprickor vidareutvecklats och beräkningar har jämförts med resultat från experiment. I den här artikeln beskrivas modellen och dess förmåga att prediktera antalet sprickor och sprickbredd i betongelement utsatta för förhindrad krympningsdeformation.

Sprickor är den vanligaste bristen hos betonggolv. Orsaken till dessa sprickor är de tvångskrafter som uppstår när betongen torkar ut och krymper vilket kan leda till en oacceptabel sprickbildning, se figur 1, som inte är estetiskt tilltalande och som dessutom kan leda till beständighetsproblem och skapa en ohygienisk miljö. För att säkerställa golvets avsedda funktion måste sprickbildningen begränsas och detta kan åstadkommas med genomtänkt konstruktiv utformning och arbetsutförande.

Exempelvis kan sprickor nästan helt undvikas genom att introducera rörelsefogar och skapa en låg friktion mot underlaget. Men detta kräver normalt mycket täta fogavstånd och helst en

betong med mycket liten krympning. Önskas istället stora fogavstånd krävs det armering för att kontrollera sprickbildningen så att den hålls inom acceptabla gränser.

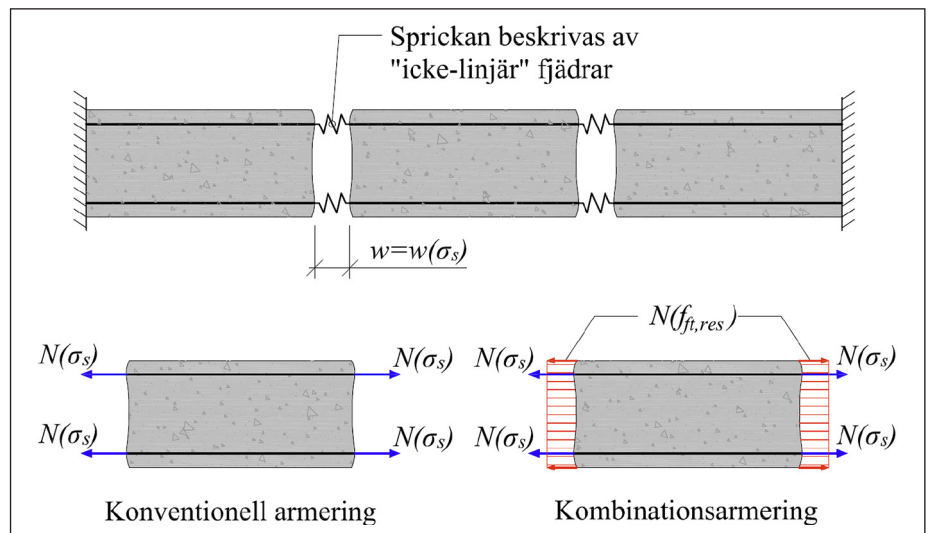
Konventionell armering medför dock en stor arbetsinsats, en möjlighet att reducera arbetsinsatsen är att kombinera fiberarmering med nätarmering vilket leder till en ”kombinationsarmering” som är effektiv både konstruktivt och vad gäller arbetsinsatsen. Dessutom har praktisk erfarenhet av kombinationsarmering och beräkningar genomförda med den analytiska modellen påvisat att kombinationsarmering är en mycket effektiv sprickarmering där det är möjligt att minska mängden konventionell armering med upp till 50 procent. Eftersom armering är kostsamt bör den mängd som föreskrivs baseras på beräkningar. Men problemet är att dagens konstruktionsregler och handböcker inte behandlar tvångskrafter vid beräkning av sprickbredder och för kombinationsarmerade tvärsnitt saknas beräkningsmodeller helt. En beräkningsmodell för denna typ av sprickbildning utvecklades av Engström [1] för konventionellt armerade tvärsnitt och modifierades av Löfgren [2] för att inkludera effekten av fiberarmering.



Carlos Gil Berrocal
Thomas Concrete Group och
postdoktor Chalmers tekniska högskola



Ingemar Löfgren
Thomas Concrete Group och
Adj. professor Chalmers tekniska högskola



Figur 2: Modell för analys av sprickbildning.

I denna artikel sammanfattas huvudresultaten från ett nyligen avslutat projekt som finansierades av SBUF där beräkningsmodellen har vidareutvecklats och analytiska beräkningar har jämförts med experimentella resultat för att undersöka hur väl modellen kan prediktera sprickbildningsprocessen.

Beskrivning av analytisk beräkningsmodell

Huvudidén med modellen som utvecklades av Engström är att sprickor kan betraktas som icke-linjära fjädrar, se figur 2. Följaktligen kan responsen under sprickbildningsskedet hos betongelement utsatta för förhindrad krympning eller temperaturrörelse beskrivas genom att använda det följande deformationsvillkoret:

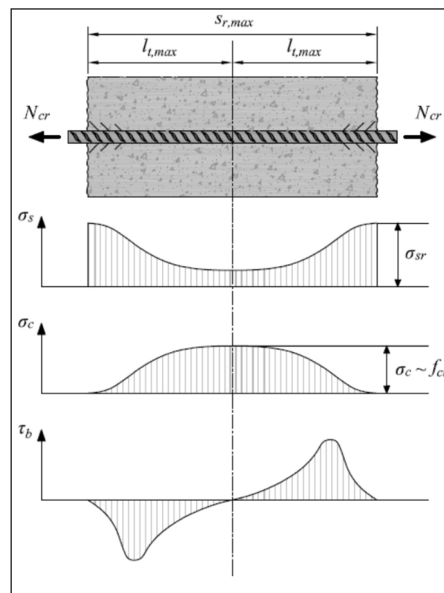
$$\frac{N(\sigma_s)}{E_{ef}A_I}l + n_{cr} \cdot w(\sigma_s) + R \cdot \epsilon_c \cdot l = 0 \quad (1)$$

där l är konstruktionens längd, $A_I = A_c + A_s \cdot (E_s/E_c - 1)$ är betongens ekvivalent tvärsnitt, n_{cr} är antalet sprickor, ϵ_c är betongens rörelsebehov (till exempel ϵ_{cs} för krympning) och R är graden av tvång ($R = 1$ för fullständigt tvång och $R = 0$ för fri rörelse). Den kraft som verkar på ospruckna partier, $N(\sigma_s)$, kan beräknas som summan av kraften i armeringen och fiberbetongen:

$$N(\sigma_s) = \sigma_s \cdot A_s + f_{ft,res} \cdot A_c \quad (2)$$

där A_c och A_s är betongarean respektive stålarea i tvärsnittet, σ_s är spänningen i armering vid sprickan och $f_{ft,res}$ är fiberbetongens residualdraghållfasthet. Termen $w(\sigma_s)$ i ekvation (1) ger sambandet mellan sprickbredd och stålspänning i armeringen och som kan härledas från responsen av en isolerad sprick under sprickbildningsskedet.

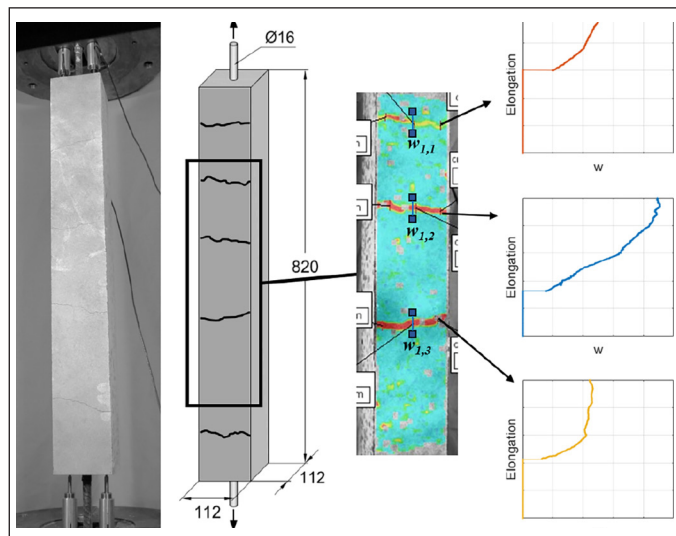
I ett sprucket snitt bärs huvuddelen av kraften av armering. Inne i betongen förekommer en viss relativ glidning mellan armeringen och betongen, vilket orsakar utvecklingen av vidhäftningsspänningar inom överföringssträckan, l_t , se figur 3. Om det lokala sambandet mellan vidhäftningsspänning och glidning är bekant och kan formuleras matematiskt kan den differentiella ekvationen som kontrollerar jämvikten mellan normal- och skjuvspänningar i armeringen lösas. Till skillnad från andra modeller som antar ett konstant eller linjärt samband, använder modellen utvecklad av Engström ett realistiskt icke-linjärt samband som föreslogs av en gemensam CEB-FIP Working Group för



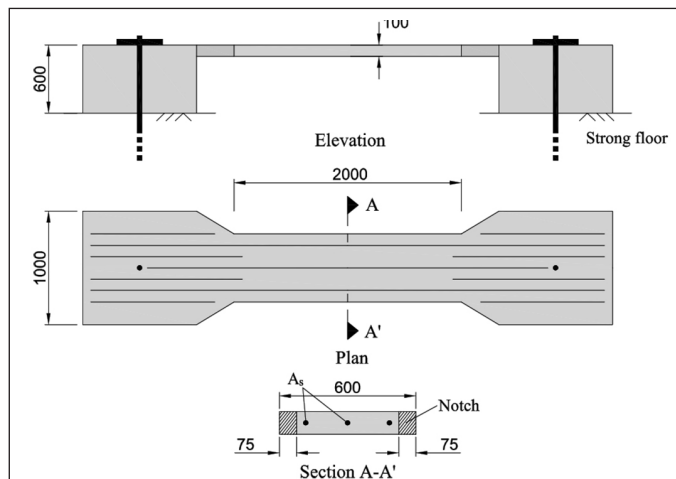
Figur 3: Fördelning av stål-, betong och vidhäftningspåspänningar i en armerad betongstav vid spricka.

sprickbreddsberäkningar i bruksgränstillstånd (SLS). Detta uttryckt har uppdaterats i den här undersökningen med det samband mellan vidhäftningsspänning och glidning som finns i nya

$$\tau_b(s) = 2.5 \sqrt{f_{cm}} \cdot s^{0.4} \quad (3)$$



Figur 4: Dragstagsförsök av Jansson med DIC mätning av sprickbildningsprocessen.



Figur 5: Utformning av försöken utförda av Nejadi och Gilbert.

Model Code 2010 [3]:

där f_{cm} är betongens medeltryckhållfasthet och s är glidning längs överföringssträckan. Ekvation (3) kan då användas för att formulera ett uttryck för sambandet mellan medelsprickbredden och stålspänningen i spricksnittet enligt ekvation (4):

$$w(\sigma_s) = 0.576 \left(\frac{\phi \sigma_s^2}{2.5 \sqrt{f_{cm}} E_s (1 + \alpha_{ef} \rho)} \right)^{0.714} + 4\phi \frac{\sigma_s^2}{E_s f_y} \left(1 - \frac{f_{ft,res}}{f_{ctm}} \right) \quad (4)$$

där ϕ är stångdiametern, $\rho = A_s/A_c$ är armeringsinnehåll och $\alpha_{ef} = E_s/E_{c,ef}$ där E_s är stålets elasticitetsmodul och $E_{c,ef} = 1/(1+\phi)$ är betongens effektiva elasticitetsmodul som inkluderar krympningens inverkan genom den slutligt kryptal ϕ . Den andra termen i ekvation (4) motsvarar sprickbredden som kan tillskrivas den elastiska deformationen av stängen i en viss sträcka intill sprickan där vidhäftningen antas vara reducerad, eller fullständigt nedbruten, på grund av radiell sprickbildning. Observera att fiberarmering, genom att bevara

integriteten av täckande betongskikt, kan minska bidraget från den andra termen i *ekvation (4)*.

Modellen följer ett iterativt tillvägagångssätt där modellen initieras för en spricka, $n_{cr} = 1$, och därefter beräknas kraften som verkar på ospruckna partier, $N(\sigma_s)$, från *ekvation (1)*. Om $N(\sigma_s)$ är mindre än kraften som krävs för att en ny spricka kan bildas, N_{cr} , kan endast

en spricka bildas, medans om den är större, kan fler sprickor bildas. Sedan, ökas antalet sprickor enligt $n_{cr} = n_{cr} + 1$ och processen repeteras successivt. Sprickbildningsskedet slutas antingen när kraften i ospruckna partier är inte tillräckligt för att en ny spricka ska bildas eller när medelsprickavståndet har minskats till det minsta möjliga värdet.

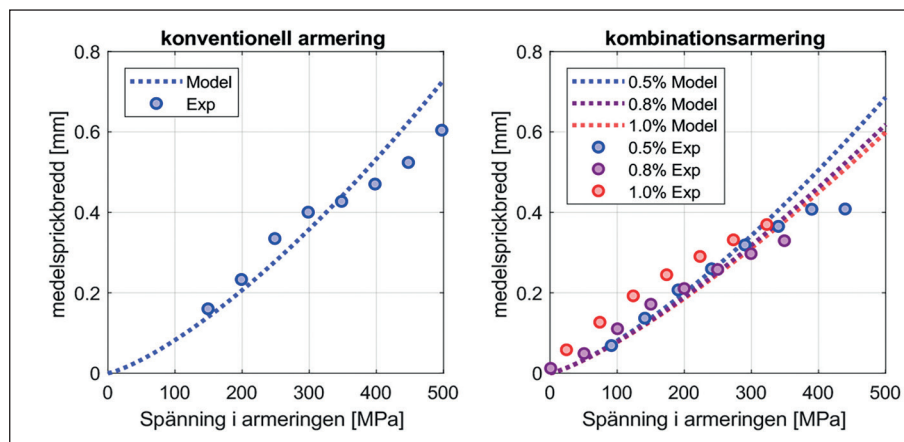
Tabell 1: Armeringsdetaljer för betongplattor med förhindrad krympning, från Nejadi and Gilbert [5].

| Provkropp | S1a | S1b | S2a | S2b | S3a | S3b | S4a | S4b |
|-----------------------------------|-------|------|-------|------|------|------|-------|-------|
| Antal stänger, n | 3 | 3 | 3 | 3 | 2 | 2 | 4 | 4 |
| Stängdiameter, \varnothing [mm] | 12 | 12 | 10 | 10 | 10 | 10 | 10 | 10 |
| Plattans uppmätta tjocklek [mm] | 102,2 | 99,8 | 101,6 | 98,3 | 99,2 | 99,3 | 100,5 | 101,1 |

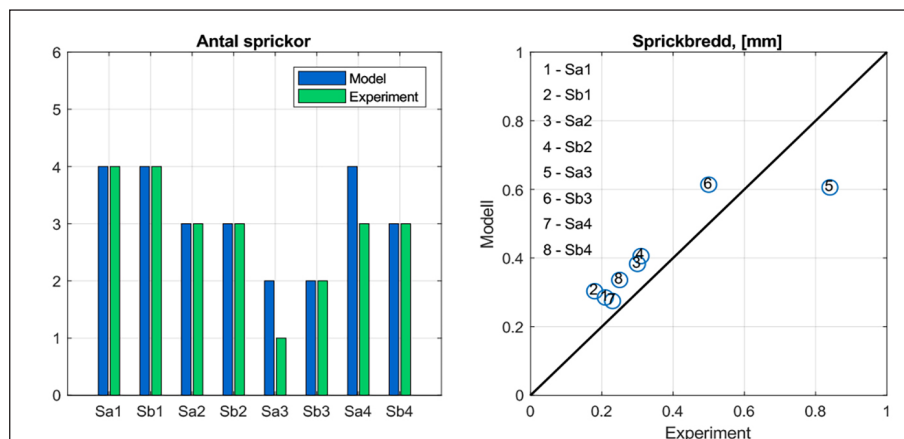
Tabell 2: Materialegenskaper för betongsats I och II, från Nejadi and Gilbert [5].

| Materialegenskap | Sats I | Sats II |
|------------------------------------------------------|---------------|---------------|
| Tryckhållfasthet efter (7) och 28 dagar [MPa] | (13,7) 24,3 | (17,4) 28,4 |
| Spräckdraghållfasthet efter (7) och 28 dagar [MPa] | (1,55) 1,97 | (1,60) 2,10 |
| Elasticitetsmodul efter (7) och 28 dagar [MPa] | (17130) 22810 | (18940) 23210 |
| Krympningstjöjning efter 122 dagar [$\mu\epsilon$] | 457 | 495* |
| Kryptal efter 122 dagar [-] | 0,98 | 1,16* |

*Krympningstjöjning och kryptal för betongsats II mättes efter 150 dagar



Figur 6: Samband mellan medelsprickbredd och armeringsspänning från försök (Jansson) och beräkningsmodell.



Figur 7: Jämförelse mellan antal sprickor och sprickbredd från beräkningsmodell och försök genomförda av Nejadi och Gilbert.

Experimentella försök

För att verifiera beräkningsmodellen användes experimentella försök genomförda av Jansson [4] och av Nejadi och Gilbert [5]. I experimenten av Jansson, undersöktes inverkan av stålfibrer på sprickbildning i armerade dragstag utsatta för ständigt ökande deformation. För dessa element genomfördes full-field töjning mätningar i alla provkroppar med ett kontaktlöst optiskt deformationssystem baserad på DIC (Digital Image Correlation). Detta mätningssystem möjliggjorde att spåra både sprickbildning och sprickväxt av dragsprickor i provkropparna. Provkropparnas geometri och försöksupställning visas i *figur 4*. Ytterligare detaljer om material och betongblandning finns i [4].

Nejadi och Gilbert testade åtta plattor med fullständigt förhindrad rörelse för att undersöka inverkan av uttorkningskrympning på tvångsprickor. Provkropparna var 2000 mm långa och 600 mm breda plattor med en nominell tjocklek av 100 mm. Plattorna kopplades monolitiskt i varje ände till ett betongblock, som var fast förankrade till ett styvt bjälklag för att ge ett effektivt tvång. Vidare försågs plattorna med två 75 mm breda skårar i centrum av det prismatiska området för att tvinga den första sprickan att bilda vid detta ställe. Plattornas geometri och dimensioner illustreras i *figur 5* och armeringsmängd och flera materialegenskaper visas i *tabell 1* respektive *tabell 2*.

Försök resultat och jämförelse med modellens beräkningar

I *figur 6* presenteras medelsprickbredd från Janssons dragförsök som en funktion av armeringsspänning tillsammans med den förväntade sprickbredd beräknat enligt *ekvation (4)*. Generellt, observeras en god överensstämmelse för både konventionell armering och kombinationsarmering, som visar att *ekvation (4)* kan användas för att uppskatta medelsprickbredd baserad på armeringsspänning. Även om både experiment och modellens beräkningar följer en liknande tendens, visar experimentella resultat från element med kombinationsarmering att sprickväxt tenderar att stabilisera med ökande armeringsspänning. Denna effekt kan tillskrivas till att flera sprickor bildades vid olika lastnivåer men vissa sprickor slutade att öppna sig eller till och med delvis minska när nya sprickor bildades vilket då påverkade den beräknade medelsprickbredden.

Slutligen, har den analytiska modellen beskriven av ekvation (1)–(4) använts för att beräkna det totala antalet sprickor (n_{cr}) och den slutliga medelsprickbredden (w) för varje platta som provades av Nejadi och Gilbert. I figur 7 jämförs modellens beräkningar med de experimentella resultaten som rapporteras i [5]. Som kan ses predikterade modellen det exakta antalet sprickor för 6 av de 8 fallen, medan för de två andra fallen överskattade modellen det verkliga antalet sprickor med bara en spricka. När det gäller sprickbredden lyckades modellen att reproducera den allmänna tendensen fast i de flesta fall överskattades sprickbredden. Modellens genomsnittliga fel för den beräknade sprickbredden var 34 procent, vilket är i samma storleksordning som felet för andra liknande modeller för beräkning av sprickbredd. Ytterligare försök är dock nödvändigt för att utvärdera den föreslagna modellens exakthet och reliabilitet för att prediktera sprickbredden i kombinationsarmerade betongelement utsatta för tvångskrafter.

Slutsatser

I ett nyligen avslutat projekt har avsikten varit att utveckla beräkningsmodeller

och riktlinjer för dimensionering av kombinationsarmering för att kontrollera sprickbildning. En befintlig analytisk modell för tvångsprickor i kombinationsarmerade betongelement, som är baserad på en realistiskt vidhäftningsglidningssamband, har vidareutvecklats och jämförts med försök. Utifrån analyserade försök kunde det påvisas att modellens föreslagna samband mellan medelsprickbredd ocarmeringsspänning stämmer väl överens med experimentella försöksresultat. Dessutom, visade resultaten att den föreslagna beräkningsmodellen med god överensstämmelse kunde prediktera antalet sprickor i betongplattor utsatta för förhindrad krympning. Överensstämmelsen av medelsprickbredd var också rimlig och visar att modellen har möjlighet att prediktera sprickbildning och sprickbredder. Den utvecklade beräkningsmodellen gör det möjligt för konstruktörer att analysera olika armeringslösningar och optimering med hänsyn till begränsad sprickbildning. ■

Referenser

[1] B. Engström, *Restraint cracking of reinforced concrete structures*, Undervisningsmaterial

Institutionen för bygg- & miljöteknik, Chalmers tekniska högskola, 2006.

[2] I. Löfgren, *Beräkning av sprickbredd för konstruktioner utsatta för tvångskrafter*, Bygg & teknik, 7/07, s. 33–39.

[3] *Model Code, fib Model Code for Concrete Structures*, Wiley-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA, Weinheim, Germany, 2010. doi:10.1002/9783433604090.

[4] A. Jansson, *Effects of Steel Fibres on Cracking in Reinforced Concrete*, PhD thesis – Chalmers University of Technology, Gothenburg, Sweden, 2011.

[5] R. Nejadi, R.I. Gilbert, *Shrinkage Cracking in Restrained Reinforced Concrete Members*, Volume 433 of UNICIV report – University of New South Wales. School of Civil Engineering, 2004.